

Samedi, le 26 Novembre 2022

Devoir surveillé De Mathématiques

EPREUVE DE : <i>Mathématiques</i>	CLASSE : <i>Tsexp</i>	COEFF : <i>03</i>	ANNEE SCOLAIRE : <i>2022-2023</i>	DUREE : <i>03 Heures</i>
--------------------------------------	--------------------------	----------------------	--------------------------------------	-----------------------------

Aucun brouillon ne sera corrigé. La clarté et la précision seront prises en compte dans la correction. (1pt)

Exercice1 : _____ 5ptsOn considère le nombre complexe : $Z = \sqrt{2 - \sqrt{3}} - i\sqrt{2 + \sqrt{3}}$

- Calcule Z^2 puis déterminer son module et son argument. (1,5pt)
- En déduis une écriture trigonométrique du nombre complexe Z . (1pt)
- Déduis de ce qui précède les valeurs exactes de $\cos \frac{7\pi}{12}$ et $\sin \frac{7\pi}{12}$ puis celles de $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$. (1pt)
- Vérifier que Z^{2016} est un réel. (1,5pt)

Exercice2 : _____ 5pts

- I. Détermine la forme trigonométrique des nombres complexes suivants : (2pts)

$$z_1 = 1 - e^{i\theta}; z_2 = 1 + \cos \theta + i \sin \theta \text{ avec } \theta \in]0; \pi[; z_3 = \frac{5+11i\sqrt{3}}{7-4i\sqrt{3}} \text{ et } z_4 = \frac{25+25i}{\sqrt{6}+i\sqrt{2}}$$

- II. Détermine la forme algébrique du nombre complexe
- z'
- tels que
- $|z'| = 2\sqrt{2}$
- et

$$\arg[(1 + i\sqrt{3})z'] = \frac{7\pi}{12}. \quad (1pt)$$

- Soit $P(z) = z^2 - 4z + 8$, montre que z' est solution de l'équation $P(z) = 0$ trouve l'autre solution z'' de l'équation sans résoudre l'équation (1pt)

- Détermine le module et un $\arg(z'')$. (1pt)

Problème : _____ 9ptsA. On considère le polynôme P de la variable complexe z définie sur $\mathbb{C}$ par :

$$P(z) = z^3 + (14 - i\sqrt{2})z^2 + 2(37 - 7i\sqrt{2})z - 74i\sqrt{2}$$

- Détermine le nombre réel y tel que iy soit solution de l'équation $P(z) = 0$. (1pt)
- Trouve deux nombres réels a et b telsque, pour tout nombre complexe Z , on ait :
 $P(z) = (z - i\sqrt{2})(z^2 + az + b)$ (1pt)
- Résous dans $\mathbb{C}$ l'ensemble des nombres complexes, l'équation $P(z) = 0$. (1pt)

B. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$. on prend 1cm pour unité graphique.

- Place les points A ; B et I d'affixes respectives : $z_A = -7 + 5i$; $z_B = -7 - 5i$ et $z_I = i\sqrt{2}$; (1,5pt)
- Détermine l'affixe du point I' l'image du point I par la rotation de centre O et d'angle $-\frac{\pi}{4}$. (1pt).

- c. Calcule l'affixe du point A' l'image du point A par la translation du vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$
(0,5pt)
- d. Place le point C d'affixe $z_C = 1 + i$. Détermine l'affixe du point N tel que $ABCN$ soit un parallélogramme. (1pt)
- e. Place le point D d'affixe $z_D = 1 + 11i$. Calcule $\frac{z_A - z_C}{z_D - z_B}$ sous forme algébrique puis sous forme trigonométrique. Justifie que les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires. (1,5pts)
- f. En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$. (0,5pts)

Bonne chance !!!