

AE : RIVE DROITE

Date : 03/11/22

LYCEE : ASKIA DOUSO **DEVOIR DE MATHÉMATIQUES**

Coef : 03

CLASSE : TSEXP

Prof : Mr coulibaly 7975 0139

EXERCICE 1 :

On pose $z_1 = 3 + 2i$; $z_2 = -1 + 3i$ et $z_3 = 1 - i$

1°) Mettre sous la forme algébrique chacun des nombres complexes suivants :

a) $z_1 + z_2 + z_3$; b) $z_1 - 3z_2$; c) iz_1^2 d) z_2^4 et e) $z_1 * z_2$

2°) Mettre sous forme algébrique les complexes suivants :

a) $e^{i\pi}$; b) $e^{\frac{i\pi}{2}}$; c) $e^{-\frac{i\pi}{2}}$; d) $2e^{\frac{i\pi}{3}}$; e)
 $2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$; f) $\sqrt{3}\left(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2}\right)$

EXERCICE 2 : Soit $z_1 = \frac{\sqrt{3}+i}{-\sqrt{3}+i}$; $z_2 = \frac{4i}{1-i\sqrt{3}}$ et $z_3 = \frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}$

a) Mettre sous forme exponentielle z_1 et z_2

b) En déduire la forme algébrique des complexes $z_1 * z_2$; $\frac{z_1}{z_2}$; z_1^2 et $\frac{z_2^6}{z_1^3}$

c) Déterminer les racines cubiques de z_3 puis en déduire que $z_1 + z_2 + z_3 = 0$

EXERCICE 3 :

On considère le nombre complexe $z = \sqrt{2-\sqrt{3}} - i\sqrt{2+\sqrt{3}}$

1) Calculer z^2 puis son module et son argument

2) En déduire une forme trigonométrique de z

3) En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{5\pi}{12}$ et $\sin\frac{5\pi}{12}$ puis celle de

$\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$

4) Construire les points A ; B et C d'affixes respectives z ; $-z$ et z^2

PROBLEME :

Soit le polynôme défini par $P(z) = z^4 - 6z^3 + 23z^2 - 34z + 26$ et on désigne par α un nombre complexe non nul

- 1) Montrer que $P(\overline{\alpha}) = \overline{P(\alpha)}$. En déduire que si $P(\alpha) = 0$ alors $P(\overline{\alpha}) = 0$.
- 2) Calculer $P(1+i)$ avec $(1+i)^2 = 2i$. Indiquer deux solutions complexes de l'équation $P(z) = 0$.
- 3) Montrer qu'il existe un polynôme Q de degré 2 tel que $P(z) = (z - \alpha)(z - \overline{\alpha}) \cdot Q(z)$.
- 4) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $Q(z) = 0$ et en déduire les solutions de l'équation $P(z) = 0$.