

Situation1 : (6 points)

Pour tout complexe z , on pose: $f(z) = z^3 - (16 - i)z^2 + (89 - 16i)z + 89i$, on considère le point $A(0, -1)$ d'affixe z_A .

- 1) Vérifie que z_A est une solution de l'équation de $f(z) = 0$.
- 2) a) Trouve les réels p et q tels que : $f(z) = (z - z_A)(z^2 + pz + q)$.
b) Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation $f(z) = 0$.

3) On note P le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$ et $z_A; z_1; z_2$ les solutions de l'équation $f(z) = 0$. Soit B et C les points de P d'affixes respectives $z_1; z_2$.

- a) Place les points A, B et C dans le plan complexe.
- b) Détermine la nature du triangle ABC .

Situation2 : (6 points)

- 1) Détermine et construis l'ensemble (E) des points M du plan d'affixe z vérifiant :
a) $(E) = \left\{ M(z) \in P / \arg\left(\frac{z-i+2}{z+2i}\right) = \pi \right\}$; b) $(F) = \left\{ M(z) \in P / \arg\left(\frac{z-i+2}{z+2i}\right) = \frac{\pi}{2} \right\}$.
- 2) Résous dans $\mathbb{C}$, le système $(S): \begin{cases} z_1 + z_2 + z_3 = 1 \\ z_1 z_2 z_3 = 1 \\ z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1 = 1 \end{cases}$
- 3) Soit les points $\Omega(-2; 1)$ et $A(1; -1)$, dans chacun des cas suivants donne l'écriture complexe de la transformation qui transforme le point A en le point A' par :
a) La symétrie de centre Ω .
b) L'homothétie de centre Ω et de rapport $\frac{1}{2}$.
c) La rotation de centre Ω et de d'angle $\frac{\pi}{3}$.

Situation complexe : (8 points)

On considère le polynôme P défini sur $\mathbb{C}$ par : $P(z) = z^4 - 6z^3 + 24z^2 - 18z + 63$.

- 1) Calcule $p(-i\sqrt{3})$ et $p(i\sqrt{3})$.
- 2) Factorise P sous la forme d'un produit de deux polynômes du second degré.

- 3) Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z) = 0$.
- 4) Place dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, les points d'affixes respectives les solutions de l'équation $P(z) = 0$, on note A, B, C et D ces points. On désigne par A le point d'affixe la solution imaginaire pure positive, par B le point d'affixe la solution imaginaire pure négative, par C le point d'affixe la solution dont la partie imaginaire est positive et par D le point d'affixe la solution dont la partie imaginaire est négative.
- 5) On note E le symétrique de D par rapport à O.
 - a) Calcule l'affixe du point E.
 - b) Calcule $\frac{z_C - z_B}{z_E - z_B}$.
 - c) En déduis la nature du triangle BEC.
- 6) Montre que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle (C) dont on précisera le centre et le rayon.