

07-12-2023

LP MAHAWA

Evaluation N°1
Epreuve de Mathématiques

Durée : 3H00

Classe : 12^{ème} EXP

Exercice 1: ----- (8pts)

1) On pose : $Z = \sqrt{2 - \sqrt{3}} - i\sqrt{2 + \sqrt{3}}$

- a) Calculer Z^2 puis Détermine son module et son argument. (1pts)
b) En déduis de ce qui précède le module et un argument de Z . (1pts)

2) Complète le tableau suivant : (3pts)

Forme algébrique	$-5(1 - i\sqrt{3})$		
Forme trigonométrique			$2[\cos(-\frac{\pi}{4}) + i \sin(-\frac{\pi}{4})]$
Forme exponentielle		$e^{i(\frac{2\pi}{3})}$	

3) En utilisant les formules de Moivre ou d'Euler, linéariser les expressions suivantes :

$A(x) = \cos^3 x$; $B(x) = \sin^3 x \cdot \cos^3 x$ $C(x) = \sin^3 x$ (3pts)

Exercice 2 : ----- (6pts)

1) Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(o; \vec{i}; \vec{j})$, on donne le polynôme

$p(Z)$ tel que : $p(Z) = Z^3 - (3 + 5i)Z^2 + (-4 + 9i)Z + 6 - 4i$

- a) Démontre que l'équation $p(Z) = 0$ admet une solution réelle que l'on notera Z_1 , dont l'on déterminera la valeur. (1pts)
b) Factorise $p(Z)$ puis résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $p(Z) = 0$. (2pts)

2) Détermine la nature des transformations suivantes dans le plan complexe puis détermine leurs éléments caractéristiques. (3pts)

a. $z' = z + 1 - 2i$; b. $z' = iz + 1$; c. $z' = 3z - 1 + i$; d. $z' = (1 + i)z - 1 - i$

exercice3 : ----- (5pts)

Le plan P est rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$. On donne quatre points $A; B; C$; et D d'affixes respectives :

$Z_A = -2 + 6i$; $Z_B = 1 - 3i$; $Z_C = 5 + 5i$ et $Z_D = 2 + 4i$.

Soit S la similitude plane directe qui à tout point M d'affixe Z , fait correspondre le M' d'affixe Z' tel que :
 $Z' = 3iZ + 13 - 9i$.

- a) Donne les éléments caractéristiques de S . (2pts)
b) Quelles sont les images C' et D' des points C et D par la similitude S ? (1pts)
c) Montre que les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{C'D'}$ sont orthogonaux. (1pts)
d) Montre que les vecteurs $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{CA}$ sont orthogonaux. (1pts)

Seul le travail libère L'Homme