

Lycée du Complexe Scolaire Fatoumata Haïdara (LCSFH)

Devoir Surveillé N°1 (2023-2024)	Série : TSEXP1
Mathématiques	Coeff : 03 Durée : 03 heures
Prof chargé du cours : M. Doumbia	

Exercice 1 : (Questions de cours).....1pt

Soit $z = a + ib$ un nombre complexe sous forme algébrique avec a et b des réels. Compléter chacune des propositions ci-dessous.

a) z est réel si : $\arg(z) = \dots$ (0,25pt)

b) z est imaginaire pur si : $\arg(z) = \dots$ (0,25pt)

c) $(\sqrt{z} \times \sqrt{\bar{z}})^2 = \dots$ (0,25pt)

d) $\bar{z}$ est..... (0,25pt)

Exercice 2 : 9pts

NB : Toutes les parties de l'exercice 2 sont indépendantes

Partie I :(1,5)pt

Déterminer le module et l'argument de chacun des nombres complexes suivants

1°) $Z_1 = -\sin 2\theta + 2i \cos^2 \theta$ avec $\theta \in]0; \pi]$ (0,5pt)

2°) $Z_2 = -\sin \theta + i \cos \theta$ (0,5pt)

3°) $Z_3 = \frac{1 - e^{i\frac{\pi}{3}}}{1 + e^{i\frac{\pi}{3}}}$ (0,5pt)

Partie II :(3,5pts)

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, le nombre complexe

$$a = \frac{\sqrt{3}+1}{4} + i \frac{\sqrt{3}-1}{4} \text{ et le point } A_0 \text{ d'abscisse } Z_0 = 6 + 6i.$$

Pour tout entier naturel non nul n , on pose : $Z_n = a^n \times Z_0$

1°) Déterminer Z_1 et a^2 sous forme algébrique puis les écrire sous forme exponentielle

2°) Exprimer Z_3 et Z_7 en fonction de Z_1 et a^2 .

Partie III :(4pts)

$\mathbb{C}$ est l'ensemble des nombres complexes

1°) Résoudre dans $\mathbb{C}^3$ le système suivant :

$$\begin{cases} x - y + iz = 0 \\ x + y - z = 0 \\ (1+i)x - 2y + z = 2 - 2i \end{cases}$$

2°) $(x; y; z)$ étant la solution du système ci-dessus, on désigne par A, B et C les points du plan d'affixes respectives x, y et z .

a) Déterminer le module et un argument du nombre complexe : $K = \frac{z-x}{z-y}$

b) En déduire la nature du triangle ABC puis la construire dans un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

Problème :.....10points

NB : Les parties A et B du problème sont indépendantes

Partie A :.....6pts

Soit P le polynôme de la variable complexe z tel que :

$$P(z) = z^4 - (1 + \sqrt{2})z^3 + (2 + \sqrt{2})z^2 - (1 + \sqrt{2})z + 1$$

a) Vérifier que pour tout $z \neq 0$, on a : $\frac{P(z)}{z^2} = \left(z + \frac{1}{z}\right)^2 - (1 + \sqrt{2})\left(z + \frac{1}{z}\right) + \sqrt{2}$

b) En utilisant ce qui précède, résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $P(z) = 0$.

Partie B :.....4pts

Soit (S) la similitude directe qui applique A sur A et B sur C avec A, B et C les points d'affixes respectives $Z_A = 2, Z_B = 4 + 2i$ et $Z_C = -2 + 4i$.

1°) Déterminer le rapport K et l'angle θ de (S) .

2°) En déduire l'expression complexe de (S) .

3°) Déterminer l'image par (S) des points A, B et C .

« Le monde ne sera pas détruit par ceux qui font le mal mais par ceux qui les regardent sans rien faire » "Albert Einstein"

Prof : Doumbia