

EXERCICE 1 :

1) Calcule les intégrales suivantes :

a) $\int_1^9 \left(\frac{3}{\sqrt{x}} + \frac{1}{2x^2} \right) dx$; b) $\int_{1-e}^{1-e^2} \frac{\ln(1-x)}{1-x} dx$;

c) $\int_1^e \frac{1}{x \ln(2x)} dx$; d) $\int_0^1 x^{2e^{1-x^3}} dx$; e) $\int_0^{\ln 2} 2e^{2x} \sqrt{1+e^{2x}} dx$

2) Soit les deux intégrales définies par :

$$I = \int_0^\pi e^x \cos^2 x dx \quad \text{et} \quad J = \int_0^\pi e^x \sin^2 x dx$$

a) Calcule $I + J$ b) Montre que $J - I = \int_\pi^0 e^x \cos ax dx$ où a est un réel à déterminer.c) A l'aide d'une double intégration par parties, démontre que $J - I = \frac{1}{5}(1 - e^\pi)$.d) Détermine les valeurs exactes de I et J .**EXERCICE : 2**

Résous dans les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} \ln\left(\frac{x^2}{y^3}\right) = 9 \\ \ln(xy^5) = -\frac{17}{2} \end{cases}$ b) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 169 \\ \ln x + \ln y = \ln 60 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \log_x(e) + \log_y(e) = \frac{13}{15} \\ \ln(xy) = \frac{13}{2} \end{cases}$

PROBLEME :

Soit f la fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par $f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)e^{2x} + \frac{1}{2}$. On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$ unité graphique 2cm

1) Démontre que la droite (D) d'équation $y = \frac{1}{2}$ est asymptote à (C) en $-\infty$.2) Calcule les limites de $f(x)$ et de $\frac{f(x)}{x}$ lorsque x tend vers $+\infty$. Interprète graphiquement les résultats.3) Pour tout nombre réel x , calcule $f'(x)$ 4) Etudie les variations de f , puis dresse son tableau de variation.5) Etudie la position de (C) par rapport à (D) 6) Construis (C) et (D) 7) Soit un nombre réel t tel que $t < 0$; On désigne par $A(t)$ l'aire en cm^2 de la partie limitée par (C) , la droite d'équation $y = \frac{1}{2}$ et les droites respectives $x = t$ et $x = 0$.a) Calcule $A(t)$ à l'aide d'une intégration par parties.b) Calcule : $\lim_{t \rightarrow -\infty} A(t)$