

Académie d'Enseignement de Bamako Rive Droite ***** ***** LYCEE PRIVE VOUS ET NOUS DE SENOU ***** ***** LPVNS *****					République du Mali Un Peuple-Un But-Une Foi
<i>Tant que le grand Dieu dédaignera de dévoiler le futur à l'homme, l'humanité se résumerait à deux mots : Attendre & Espérer.</i>					
Devoir Surveiller N°1					
EPREUVE DE : <i>Mathématiques</i>	CLASSE : <i>12^{ème} TSexp</i>	COEFF : <i>3</i>	ANNEE SCOLAIRE : <i>2023-2024</i>	DUREE : <i>03 Heures</i>	DATE : <i>17-11-2023</i>
<i>Aucun brouillon ne sera corrigé. La clarté et la précision seront prises en compte dans la correction.</i>					<i>Présentation : 00pt</i>

Questions de cours :.....(3pts)

- Quand dit-on qu'un nombre complexe est un imaginaire pur? Donne un exemple.
- Complète les formules suivantes:
 - $\arg(z \times z') = \dots$
 - $\arg\left(\frac{1}{z^n}\right) = \dots$
- Comment peut-on avoir les racines $n^{i\text{ème}}$ d'un nombre complexe Z connaissant une de ses racines $n^{i\text{ème}} z_0$?

Situation d'évaluation 1 :.....(6,5pts)

- Ecrire sous forme trigonométrique les nombres complexes suivants:
 $Z_1 = 2e^{i(-\frac{\pi}{3})}(-\sqrt{2} + i\sqrt{6})$ (0,75pt) ; $Z_2 = \frac{3-3i\sqrt{3}}{1+i}$ (0,75pt)
- On donne pour tout nombre complexe, l'équation (E): $z^3 = -4\sqrt{2}(1+i)$.
 - Déterminer sous forme trigonométrique les solutions de l'équation (E) dans $\mathbb{C}$. (1,5pt)
 - Justifier que $z_0 = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$ est une solution de cette équation. (0,5pt)
 - En utilisant les racines cubiques de l'unité 1, écrire les solutions de (E) sous forme algébrique. (1,5 pt)
 - Déduire des questions précédentes, les valeurs exactes de $\cos\left(-\frac{11\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(-\frac{11\pi}{12}\right)$. (0,5pt)
- Linéariser l'expression suivante: $\sin^4 7x$. (1pt)

Situation d'évaluation 2 :.....(10,5pts)

- On considère la fonction f définie par:
 $f(z) = z^3 - 2(\sqrt{3} + i)z^2 + 4(1 + i\sqrt{3})z - 8i$
 - Montrer l'équation $f(z) = 0$ admet une racine imaginaire pure z_1 à déterminer. (0,75pt)
 - Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $f(z) = 0$. (1,25pt)
 - En déduire ces solutions z_1 ; z_2 et z_3 sous forme exponentielle. (1,5pt)
 Note: z_2 est la racine de $f(z) = 0$ tel que $\text{Im}(z_2) > 0$ et z_3 l'autre racine.
 - Représenter dans le plan complexe, les points M_1, M_2 et M_3 d'afixes respectives z_1, z_2 et z_3 puis démontrer qu'ils appartiennent à un même cercle de centre O de rayon r à déterminer. (1,5pt)
 - Déterminer la nature du triangle $M_2M_1M_3$. (0,75pt)
 - Montrer que les points M_1, M_2, M_3, M_4 sont cocycliques avec $M_4(z_4)$, $z_4 = -\sqrt{3} + i$. (0,75pt)
 - Compléter la figure pour illustrer l'exercice. (1pt)
- Soit S la similitude directe qui transforme M_2 en M_1 et M_1 en M_4
 - Donner l'expression complexe de cette similitude S . (0,75pt)
 - Donner sa nature et ses éléments caractéristiques. (0,75pt)

3. Donner l'image du point $M_5(z_5)$ tel que $z_5 = -\sqrt{3} - i$. (0,5pt)
- III- Soit le polynôme $P(z) = z^2 - (1 + i)z - 2 + 2i$ et le complexe $Z = \frac{z+1-i}{z+i}$
Avec $z = x + iy$
1. Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tels que $P(z)$ soit un réel. (0,5pt)
 2. Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tels que $|Z| = 1$. (0,5pt)

BONNE CHANCE!!!