

Devoir surveillé	ANNEE SCOLAIRE : 2023-2024
SERIE : TSEXP	DUREE : 2 h
MATHÉMATIQUES	M. TRAORE OUMAR (ING. GÉNIE MÉCANIQUE)

NB : Aucun document n'est autorisé,
L'effort personnel est beaucoup plus mieux, j'ose compte
sur vous

Problèmes : les parties 1 et 2 sont indépendantes

Partie 1

- 1) Résous dans l'équation (E): $Z^2 - 3Z + 3 - j = 0$
- 2) Soit $P(Z) = Z^3 - (3+2i)Z^2 + (3+5i)Z - 2-6i$
 - a) Vérifie que $P(2i) = 0$
 - b) En déduis une factorisation de $P(z)$ sous la forme $P(Z) = (Z - 2i)(Z^2 + aZ + b)$ où a et b sont des nombres complexes à déterminer.
 - c) En utilisant la première question, résous dans C, l'équation $P(Z) = 0$
- 3) Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on donne les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 2i$; $z_B = 2+i$; $z_C = 1-i$
 - a) Place les points A, B et C dans le repère. (Unité graphique : 2cm)
 - b) Écris le nombre complexe $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$ sous forme trigonométrique.
 - c) Déduis de la question 3-b) que le triangle ABC est rectangle et isocèle en B.
- 4) Soit S la similitude directe de centre C, d'angle orienté $-\pi/4$ et de rapport $\sqrt{2}$.
Démontre que l'écriture complexe de S est : $Z' = (1-i)Z + 1 + j = 0$
- 5) Soient D et E deux points du plan tels que $S(D) = A$ et $S(B) = E$.
 - a) Détermine les affixes des points D et E.
 - b) Construis les points D et E puis démontre que le quadrilatère ABCD est un carré

Partie 2

- 1) Soit $P(Z)$ le polynôme complexe défini par $P(Z) = Z^3 - (4-2i)Z^2 + (8-6i)Z + 8-4i$
 - a) Vérifie que $P(-1-i) = 0$
 - b) déterminer les nombres complexes a ; b et c tels que $P(Z) = (Z+2)(aZ^2 + bZ + c)$
 - c) Résoudre dans C, l'équation $P(Z) = 0$

2) Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) , on donne les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = -1 + 3i$; $z_B = -2$; $z_C = -1 - i$ (Unité graphique : 2cm)

On considère la rotation r de centre Ω d'affixe i et d'angle $\pi/2$

a) Place les points A, B et C dans le repère.

b) déterminer l'écriture complexe de r

c) démontrer que le point B est l'image du point A par la rotation r .

d) soit D l'antécédent du point C par la rotation r . déterminer l'affixe de D et place D dans le repère.

3) à) montre que les points A, B, C, D appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le rayon

b) montre que ADBC est un trapèze isocèle