

Année scolaire 2023_2024

Classe de : 12^{ème} T.S.Expt

Ecole : LBN_KANA et LPCSKDO

Devoir de Mathématique

Durée :03heures

Date : Vendredi ; 15/03/2023

Exercice 1 : Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$; on considère le

polynôme $P(z)$ tel que : $P(z) = z^3 + 2(1 - 2\cos 2\theta)z^2 + 4(1 - 2\cos 2\theta)z + 8$

1) Calculer $P(-2)$.

2) Factorise $P(z)$ puis résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.

3) On désigne par $z_1 ; z_2 ; z_3$ les solutions de l'équation $P(z) = 0$.Calculer le module et un argument de $z_1 ; z_2 ; z_3$.

4) On désigne par A ; B ; et C les points d'affixes $z_1 ; z_2$ et z_3 .

Pour quelles valeurs de θ le triangle ABC est-il équilatéral ?

Exercice 2 : : Calculer les intégrales suivantes en effectuant un changement de variable :

1) $I = \int_0^1 \frac{x}{(2x+1)^4} dx$

2) $I = \int_1^2 \frac{x}{(x+1)^3} dx$

Problème : Soit f ; la fonction numérique de la variable réelle x ; définie par : $f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}$.

1) Déterminer l'ensemble de définition de f et étudier :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

2) Montrer que f est dérivable ; calculer $f'(x)$ et étudier les variations de f .

3) On appelle (C) la courbe représentant les variations de f dans un plan rapporté à un repère d'axes Ox et Oy .Montrer que le point K intersection de (C) avec Ox est un centre de symétrie pour (C).

4) Existe-t-il des points de (C) ou la tangente à (C) a pour coefficients directeur le nombre $\frac{3}{2}$?

Si oui, donner les équations de ces tangentes.

5) On suppose maintenant que le plan est rapporté à un repère orthonormé, tracer dans ce repère la courbe (C).

6) a-Déduire de l'étude de f qu'elle admet une fonction réciproque que l'on ne cherchera pas à déterminer explicitement, mais dont on donnera sans calculs le tableau de variation.

b-Tracer la courbe représentant les variations de f^{-1} dans le repère déjà utilisé pour f .

Quel est le nombre dérivé de f^{-1} pour la valeur 1 de la variable ?

7) Soit D, l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées vérifient :

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq \lambda & ; \lambda \in \mathbb{R}_+^* \\ f(x) \leq y \leq 2. \end{cases}$$

Calculer l'aire $A(\lambda)$ de D et calculer :

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$$