

Devoir surveillé n°1 de mathématiques**Série : TSExp****Date : Jeudi, le 2 janvier 2025****Durée : 2 heures****Coefficient : 3**

Sujet:

Exercice 1 : [4 points]

Ecris sous forme trigonométriques les nombres complexes suivants :

a) $z_1 = -2 + 2i$.

b) $z_2 = -\pi i$.

c) $z_3 = -6 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$

d) $z_4 = 4 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$

Exercice 2 : [6 points]

Soit $z_1 = \frac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2}$, $z_2 = 1 - i$ et $z_3 = \frac{z_1}{z_2}$.

1. Ecris z_3 sous forme algébrique.2. Détermine le module et un argument de z_1 et z_2 .3. Ecris z_3 sous forme trigonométrique. En déduis $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

Exercice 3 : [10 points]

Pour tout nombre complexe z , on pose :

$$P(z) = 2z^3 - (9 + 11i)z^2 + (-5 + 37i)z + 30 - 30i.$$

1. Montre que 2 et $3i$ sont des solutions de l'équation $P(z) = 0$.2. Détermine les nombres complexes a et b tels que : $P(z) = (z - 2)(z - 3i)(az + b)$.En déduis les solutions de l'équation $P(z) = 0$.On notera z_1 la solution réelle, z_2 la solution imaginaire pure et z_3 la troisième solution.3. On appelle M_1 , M_2 et M_3 les points d'affixes respectives z_1 , z_2 , z_3 dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal direct.

a) Place ces points.

b) Calcule : $Z = \frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3}$.

c) Détermine le module et un argument de Z . En déduis la nature du triangle $M_1M_2M_3$.**Bonne chance !!**