

Exercice 1 :

On Considère, dans $\mathbb{C}$, le polynôme $p(z)$ suivants :

$$p(z) = z^3 + 9iz^2 + 2(-11 + 6i)z - 3(12 + 4i).$$

1. Démontrer que l'équation $p(z) = 0$ admet une solution réelle notée z_1 que l'on déterminera.
2. Détermine le polynôme $q(z)$ tel que $p(z) = (z - z_1)q(z)$.
3. Démontre que l'équation $q(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure notée z_2 que l'on déterminera.
4. Résous, dans $\mathbb{C}$, l'équation $p(z) = 0$.
5. On note z_3 , la troisième solution de l'équation $p(z) = 0$.

Démontre que les points A, B et C du plan complexe d'affixes respectives z_1, z_2, z_3 sont alignés

Exercice 2 :***.....**

Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

On appelle f l'application qui, à tout point M d'affixe Z ($Z \neq -i$) associe le point M' d'affixe z' telle que :

$$Z' = \frac{iZ + 3 - 3i}{Z + i}$$

Soient A, B, C et D les points d'affixes respectives $Z_A = -i, Z_B = -4 + 2i, Z_C = i$ et $Z_D = 3 + 3i$.

- 1) Détermine les coordonnées $(x'; y')$ de M' en fonction de celles $(x; y)$ de M .
- 2) Détermine et représente l'ensemble des points M tels que :
 - a) Z' Soit réel.
 - b) Z' Soit imaginaire pur.
 - c) $|Z'| = 1$.
- 3) Montre que pour tout $Z \neq -i$, on a : $(Z + i)(Z' - i) = 4 - 3i$.
- 4) En déduis que $AM \times CM' = 5$.
- 5) Détermine l'ensemble des points M' lorsque M décrit le cercle de centre A et rayon 2.

Exercice 3 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ par : $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$

Soit C_f sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

Partie A :

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 - 3x - 4$

- 1) Etudier la fonction g (limites et sens de variation)
- 2) Montrer qu'il existe un réel α unique tel que $g(\alpha) = 0$, puis déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près du réel α .
- 3) Etudier le signe de g sur $\mathbb{R}$

Partie B :

- 1) Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition D_f .

Montrer que $\forall x \in D_f$ on a : $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 - 1)^2}$ puis déduire le tableau de variation de f .

- 2) a) Montrer que $\forall x \in D_f ; f(x) = x + 2 + \frac{x+2}{x^2 - 1}$

b) En déduire que (C) admet une asymptote oblique (D) en $-\infty$ et $+\infty$.

c) Etudier la position de (C) par rapport à (D) .

- 3) Tracer la courbe (C) et la droite (D) .

Partie C :

- 1) Déterminer l'abscisse des points de la courbe (C) où la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = x + 2$.

- 2) Déterminer une équation de chacune de ces tangentes et les représenter.

- 3) En déduire graphiquement, suivant les valeurs de m , le nombre de solution de l'équation $f(x) = m + x$.

Exercice 4 :

Soit f une fonction dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
f'(x)	+	0	-	-	0	+
f(x)	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	

La fonction f est de la forme : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$

1°) calculer $f'(x)$.

Trouver les coefficients a ; b et c en utilisant les données du tableau.

2°) Montrer que la courbe (C_f) admet une droite asymptote oblique (D) .

Étudier la position de (C_f) par rapport à (D) .

3°) Donner le signe de $f(x)$ pour x élément du domaine de définition de f .

4°) Tracer la courbe (C_f) de f dans le plan muni d'un repère orthonormé.

Exercice 5 :

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, une seule réponse est vraie. Ecris le numéro de chaque ligne et la lettre de la colonne donnant une primitive F de la fonction sur I .

		A	B	C
1	$f(x) = x - \frac{1}{(4x+1)^3}$	$F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4(4x+1)^2}$	$F(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{8(4x+1)^2}$	$F(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2(4x+1)^2}$
2	$f(x) = \frac{2x+5}{\sqrt{x^2+5x+6}}$	$F(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x^2+5x+6}$	$F(x) = \frac{2}{\sqrt{x^2+5x+6}}$	$F(x) = 2\sqrt{x^2+5x+6}$
3	$f(x) = \tan^5 x + \tan^3 x$	$F(x) = \frac{1}{5}\tan^4 x$	$F(x) = \frac{1}{4}\tan^4 x$	$F(x) = \frac{1}{3}\tan^4 x$
4	$f(x) = \sin x \cos x$	$F(x) = \frac{1}{2}\tan^2 x$	$F(x) = \frac{1}{2}\cos^2 x$	$F(x) = \frac{1}{2}\sin^2 x$
5	$f(x) = \frac{-x \sin x - \cos x}{x^2}$	$F(x) = -\frac{\sin x}{x}$	$F(x) = -\frac{\cos x}{x}$	$F(x) = \frac{\cos x}{x}$
6	$f(x) = \frac{1}{x^2 - 6x + 9}$	$F(x) = \frac{1}{x-3}$	$F(x) = -\frac{4}{x-3}$	$F(x) = -\frac{1}{x-3}$
8	$f(x) = \frac{6x+5}{2x-1}$	$F(x) = 3x + 4 \ln 2x-1 $	$F(x) = -3x + 4 \ln 2x-3 $	$F(x) = \frac{6x+5}{2x-1}$
9	$f(x) = \frac{2x+7}{x^2+4x-5}$	$F(x) = 7x + 4 \ln 2x+7 $	$F(x) = \frac{3}{2}\ln x-1 + \frac{1}{2}\ln x+5 $	$F(x) = \frac{25}{\sqrt{x^2+5x+6}}$

Exercice 6 :

I. Soient les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ et $g(x) = \frac{x^3}{1+x^2}$

1) Calcule $A_1 = \int_0^1 f(x)dx$.

2) Soit $A_2 = \int_0^1 g(x)dx$. Calcule $A_1 + A_2$ et En déduis la valeur de A_2 .

II. Soient la fonction f définie par $f(x) = \frac{2x^3+5x^2-4x-7}{(x+2)^2}$.

1) Trouve les réels a ; b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{(x+2)^2}$

2) Trouve la primitive F de f prenant la valeur $-\frac{5}{2}$ en 0. Et en déduis $I = \int_2^3 f(x) dx$.

III

Soit le polynôme p définie par : $p(x) = x^3 - 12x - 16$.

1) Montrer que -2 est un zéro double de P .

2) Calculer I en utilisant la méthode de l'intégration par partie et la méthode par changement de variable, l'intégrale : $I = \int_4^5 p(x)dx$

IV

Soient les intégrales I et J définies par : $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+1)\cos^2 2x dx$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+1)\sin^2 2x dx$

1) Calculer : $I + J$.

2) Calculer : $I - J$ en utilisant la technique de l'intégration par parties.

3) Déduisez – en les valeurs de I et J .