

Comité pédagogique de Mathématiques
Lycée Public de Niamakoro « L.Niama »
DEVOIR SURVEILLE N°1 (1^{ère} PERIODE)

EPREUVE DE : Mathématiques

Série : T.SEXP - Durée : 03 heures - Coefficient : 03

Exercice 1 : (07 points)

1°) Détermine le module et un argument de chacun des nombres complexes suivants.

$$z_1 = -1 + i\sqrt{3} ; z_2 = -\frac{\sqrt{6}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2} . \text{ (1pt)}$$

2°) Mets sous forme algébrique les nombres complexes suivants : (1,5 pt)

$$A = \frac{1-3i}{3-i} ; B = \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 ; C = 2e^{\frac{2i\pi}{3}}$$

3°) Résous dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes : (1,5 pt)

$$z^2 - (3 + 4i)z - 1 + 5i = 0 ; z^4 - 30z^2 + 289 = 0.$$

4°) Ecris sous forme exponentielle chacun des nombres complexes suivants : (2 pts)

$$Z_0 = (1 + i\sqrt{3})^4 ; Z_1 = (1 + i) ; T = \frac{Z_0}{Z_1} ; P = Z_0 \times Z_1.$$

5°) Linéarise les expressions suivantes : $\cos^4 x$ et $\sin^3 x$: (1 pt)

Exercice 2 : (04points)

A°) Détermine puis construis :

1°) l'ensemble (E_1) des points M d'affixes Z tels que : $|Z - i| = 2$

2°) l'ensemble (E_2) des points M d'affixes Z tels que : $|Z + 1 - 2i| = |Z - 1 - i|$

3°) l'ensemble (E_3) des points M d'affixes Z tels que : $\arg(Z - 1 + 2i) = \frac{\pi}{6} + k\pi$

$$B°) 1°) \text{ Démontre que : } e^{iu} + e^{iv} = e^{i\left(\frac{u+v}{2}\right)} \left[e^{i\left(\frac{u-v}{2}\right)} + e^{-i\left(\frac{u-v}{2}\right)} \right]$$

2°) Mets sous forme trigonométrique le nombre complexe suivant :

$$K = e^{i\theta} + e^{2i\theta} \text{ avec } \theta \in]-\pi; \pi[$$

Problème : (09 points)

I°) Soit le polynôme de variable complexe z définie par :

$$P(z) = z^3 - (4 + i)z^2 + bz - 3(2 + i) \text{ Où } b \text{ désigne un nombre complexe.}$$

1°) Détermine le nombre complexe b pour que $P(2 + i) = 0$. (1 pt)

2°) Vérifie qu'alors $P(z) = (z - 2 - i)(z^2 - 2z + 3)$. : (1 pt)

3°) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$. : (1,5 pt)

4°) Le plan complexe étant rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on désigne par A, B et C les points dont les affixes sont les solutions de l'équation $P(z) = 0$. Détermine la nature du triangle ABC. (1,5 pt)

II°) 1°) Détermine le nombre complexe z' tels que : $|z'| = 2\sqrt{2}$ et $\arg[(1 + i\sqrt{3})z'] = \frac{7\pi}{12}$ (1,5pt)

2°) Soit $P(z) = z^2 - 4z + 8$ (2,5 pts)

2.1°) Montre que z' est solution de l'équation $P(z) = 0$. Trouve l'autre solution z'' .

2.2°) Détermine le module et un argument de z'' .

NB : Les parties I et II du Problème sont indépendantes