

ACADEMIE D'ENSEIGNEMENT DE KAYES Lycée SYA de Kayes 	Année Scolaire 2024-2025 Comité Pédagogique de Mathématiques
---	--

Devoir Surveillé de Mathématiques N° 1

Série : 12^eSEXP Durée : 3 heures Coefficient : 3

Exercice 1: (4.5points)

I- questions de cours.

Soit z et z' deux nombres complexes non nul et n un entier naturel.

Complète les pointillés suivants :

• $\arg(z \times z') = \arg(z') \dots$; • $\arg(z^2) = \dots \arg(z)$; • $\arg\left(\frac{1}{z}\right) = \dots$ 1,5pt

II- Dans chacun des cas suivants ; détermine la nature et les éléments caractéristiques de la transformation du plan qui à tout point M d'affixe Z associe le point M' d'affixe Z' tels que :

$a) z' = z + 1 - 2i$; $b) , \quad z' = (1 - i)Z + 2 - 4i$; $d) \quad z' = 3z - 1 + i$ 3pt

Les parties I et II sont indépendantes.

Exercice 2: (5,5points)

On pose : $Z = (\sqrt{3} + 1) + i(\sqrt{3} - 1)$

1. Ecrire Z^2 sous algébrique. 1pt

2. Détermine le module et un argument de Z^2 . En déduis le module et l'argument de Z . 3pt

3. Déduire les valeurs de $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$. 1pt

4. Résous dans $\mathbb{R}$; l'équation : $(\sqrt{3} + 1)\cos x + (\sqrt{3} - 1)\sin x = \sqrt{2}$. 1,5pt

Problème : (10points)

Partie A :

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation : $z^2 - z + 7 - 9i = 0$ 1pt

Indication : $-27 + 36i = (3 + 6i)^2$

2. On considère le polynôme P définie par : $P(z) = z^3 - 3iz^2 + (6 - 6i)z - 20 - 30i$ ou $Z \in \mathbb{C}$

Sachant que le nombre complexe $-1 + 3i$ est une racine du polynôme $P(z) = 0$

a. Détermine deux nombres complexes b et c tels que : $P(z) = (z + 1 - 3i)(z^2 + bz + c)$ 1pt

1pt

Déduire dans l'ensemble des nombres complexes les solutions de l'équation $P(z) = 0$

3. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$; on considère les points

$A; B$ et C d'affixe respectives $z_A = 2 + 3i; z_B = -1 - 3i$ et $z_C = -1 + 3i$.

a. Place les points $A; B$ et C dans le repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

0,75pt

c. Donne la forme algébrique de $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$. En déduire la nature du triangle ABC.

1pt

4. Calcule l'affixe du point D pour que le quadrilatère $ACBD$ soit un rectangle.

0,5pt

5. Déterminer et construire l'ensemble (Δ) des points M d'affixe Z tels que $|2z - 4 - 6i| = 6$

1pt

6. Soit S la similitude plane directe qui transforme le point C en C et transforme A en B .

a. Montre que l'expression complexe de S est : $z' = -2iz - 7 + i$.

1,25pt

b. Donne les éléments caractéristiques de S .

0,75pt

Partie B :

On définit le nombre complexe $Z = \frac{z+1}{z-2i}$ avec $z \neq 2i$

Détermine l'ensemble des point M d'affixe z tels que :

1. Z soit un nombre réel

1pt

2. $|Z| = 1$.

0,75pt

NB : la représentation de ses deux ensembles ne pas demandait.

Les parties A et B sont indépendantes, c'est-à-dire qu'ils peuvent être traités séparément