



# Lycée Privé MAMA THIAM

## DEVOIR DE MATHÉMATIQUES

Série : TSEXP Durée : 2 Heures

### Exercice 1 :

I) Ecrire sous forme trigonométrique :  $z_1 = 2 \left( \cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4} \right)$  ;

$$z_2 = -3 \left( \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right) \quad z_3 = 2 \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right) ;$$

$$z_4 = \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \left( -\frac{\pi}{6} \right) \quad z_5 = \cos \theta - i \sin \theta \quad z_5 = \sin \theta + i \cos \theta.$$

II/ 1)a) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation :  $z^2 - 2z + 2 = 0$ . Ecrire les solutions sous la forme trigonométrique

b) En déduire les solutions dans  $\mathbb{C}$  de l'équation :

$$(-iz + 3i + 3)^2 - 2(-iz + 3i + 3) + 2 = 0.$$

2) Dans le plan  $P(o, \vec{u}, \vec{v})$  (unité graphique 2cm). On considère les points

$A, B$  et  $C$  d'affixes respectives  $z_A = 1 + i$ ,  $z_B = \bar{z}_A$ ,  $z_C = 2z_B$ .

a) Déterminer les formes algébriques de  $z_B$  et  $z_C$ .

b) Placer les points  $A, B$  et  $C$ .

c) Montrer que les points  $A, B$  et  $C$  sont sur le cercle de centre  $I$  d'affixe 3 et de rayon  $\sqrt{5}$ .

d) Calculer  $\frac{z_C - 3}{z_A - 3}$ , en déduire la nature du triangle  $IAC$ .

e) Soit  $E$  l'image du point  $O$  par la translation de vecteur  $2\vec{IC}$ . Déterminer l'affixe du point  $E$ .

f) Le point  $D$  est l'image du point  $E$  par la rotation de centre  $O$  et d'angle  $\frac{\pi}{2}$ . Déterminer l'affixe de  $D$ .

g) Démontrer que les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont perpendiculaires.

### Exercice 2:

I/ Déterminer les limites suivantes :

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{-x^2+3x-2} \quad b) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x^2-9} \quad c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x \sin x}; d) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{2x - \frac{\pi}{2}};$$

II/ Soit  $f$  la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} \text{ si } x \neq 0 \text{ et } f(0) = \frac{1}{2}.$$

1° Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ .

2° Étudier la continuité de  $f$  sur  $[-1; +\infty[$ .

3° Montrer que  $f$  est dérivable en zéro et préciser la tangente à sa courbe représentative en  $A(0; \frac{1}{2})$ .

### Exercice 3 :

I/ On donne le nombre complexe  $u = \sqrt{2 - \sqrt{2}} - i\sqrt{2 + \sqrt{2}}$

1)a) calculer  $u^2$  et  $u^4$

b) calculer le module et un argument de  $u^4$ , en déduire le module et un argument de  $u$

2) le plan complexe est muni d'un repère orthonormé. A tout point M de coordonnées (x, y) du plan, on associe son affixe  $z = x + iy$ .

Déterminer l'ensemble des points M du plan pour lesquels le module du produit  $u \times z$  est égal à 8.

II) Linéariser :  $A = \sin 3x \cos^2 x$  ;  $B = \cos^4 x \sin^2 x$