

PROBLEME

(9,5points)

A) 1) Résous l'équation différentielle: $4y'' + y = 0$. (1,5pt)

2) Détermine la solution particulière f dont la courbe représentative (C) passe par le point $\Omega(0 ; 1)$ et admet en ce point une tangente parallèle à la droite d'équation $y = x$. (1,5pt)

B) 1) Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 1 - 2x + e^{2x}$

a) Etudie les variations de la fonction g . (1pt)

b) En déduis le signe de $g(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$. (0,5pt)

2) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par: $f(x) = x + 2 + xe^{-2x}$, (C) sa courbe représentative dans le repère orthogonal (O ; i ; j) (unité graphique est 2cm sur(O x) et 1cm sur (O y)

a) Calcule les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$. (0,5pt)

b) Démontre que la droite (Δ) : $y = x + 2$ est asymptote à (C) en $+\infty$. (0,5pt)

c) Etudier la position relative de (C) et (Δ). (0,5pt)

d) Calcule $f'(x)$ et montre que : $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{2x}}$ puis dresser le tableau de variation de f . (2,5pts)

e) Tracer (C) et (Δ). (2pts)

Soit F une primitive de f sur $\mathbb{R}$ définie par : $F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x - \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} \right) e^{-2x}$

a) Prouve que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$. (0,5pt)

b) Calcule en cm^2 l'aire (D) de la partie D du plan limitée par (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$. (0,5pt)

EXERCICE 1

(6,5points)

Soit (U_n) la suite géométrique de 1^{er} terme $U_0 = 4$ et de raison $\frac{1}{2}$.Soit (V_n) la suite arithmétique de 1^{er} terme $V_0 = \frac{\pi}{4}$ et de raison $\frac{\pi}{2}$.Pour tout entier naturel n , on pose Z_n le nombre complexe de module U_n et dont un argument est V_n .1) a) Exprime U_n et V_n en fonction de n .b) Déduis-en Z_n .2) Démontre que (Z_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}i$ et de 1^{er} terme $Z_0 = 2\sqrt{2} + i2\sqrt{2}$.3) Soit le plan complexe P , rapporté au repère orthogonal direct $(O; u; v)$ et M_n le point d'affixe Z_n .Détermine la nature de la transformation F qui au point M_n associe le point M_{n+1} d'affixe Z_{n+1} puis donne ses éléments caractéristiques.**EXERCICE 2**

(4points)

On se propose de résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante :

$$Z^3 + (\sqrt{3} - i)Z^2 + (1 - i\sqrt{3})Z - i = 0 \quad (E)$$

1) a) Détermine le réel b tel que $i b$ soit une solution de (E) . (1pt)b) Détermine les réels a et b tels que pour tout complexe Z .

$$Z^3 + (\sqrt{3} - i)Z^2 + (1 - i\sqrt{3})Z - i = (Z - i)(Z^2 + aZ + b) \quad 1,5pts \quad 1)$$

2) a) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E') : $Z^2 + \sqrt{3}Z + 1 = 0$.b) En déduis les solutions de (E) sous forme algébrique et trigonométrique.**PROBLEME** : (9,5points)A) 1) Résous l'équation différentielle: $4y'' + y = 0$. (1,5pt)2) Détermine la solution particulière f dont la courbe représentative (C) passe par le point $\Omega(0; 1)$ et admet en ce point une tangente parallèle à la droite d'équation $y = x$. (1,5pt)B) 1) Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 1 - 2x + e^{2x}$ a) Etudie les variations de la fonction g . (1pt)b) En déduis le signe de $g(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$. (0,5pt)2) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par: $f(x) = x + 2 + xe^{-2x}$, (C) sa courbe représentative dans le repère orthogonal $(O; i; j)$ (unité graphique est 2cm sur (Ox) et 1cm sur (Oy))a) Calcule les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$. (0,5pt)b) Démontre que la droite $(\Delta): y = x + 2$ est asymptote à (C) en $+\infty$. (0,5pt)c) Etudier la position relative de (C) et (Δ) . (0,5pt)d) Calcule $f'(x)$ et montre que : $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{2x}}$ puis dresser le tableau de variation de f . (2,5pts)e) Tracer (C) et (Δ) . (2pts)Soit F une primitive de f sur $\mathbb{R}$ définie par : $F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x - \frac{1}{2}(x + \frac{1}{2})e^{-2x}$ a) Prouve que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$. (0,5pt)b) Calcule en cm^2 l'aire (D) de la partie D du plan limitée par (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$. (0,5pt)