

ACADÉMIE D'ENSEIGNEMENT DE KALABAN CORO			RÉPUBLIQUE DU MALI Un Peuple- Un But- Une Foi		
			LYCEE PRIVE BOIBA SOUMARE DE BAGUINEDA LPBOIBA		
					
Une vie sans souffrance n'a pas d'histoire					
EVALUATION SOMMATIVE N°3					
EPREUVE DE : Mathématiques	CLASSE TSEXP	COEFF 3	ANNEE SCOLAIRE 2024-2025	DUREE 3heures	MHKASSOGUE

Aucun brouillon ne sera corrigé, la clarté et la précision de la rédaction seront prises en compte. (1 pts)

Situation 1 :

On considère le polynôme défini par : $p(z) = z^4 - 6z^3 + 24z^2 - 18z + 63$.

- 1) Calcule $p(i\sqrt{3})$ et $p(-i\sqrt{3})$ puis factorise $p(z)$ en produit de deux polynômes du second degré.
- 2) Résous, dans $\mathbb{C}$, l'équation $p(z) = 0$.
- 3) Place, dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé $(0; \vec{u}; \vec{v})$, les points A, B, C et D d'affixes respectives : $Z_A = i\sqrt{3}$, $Z_B = -i\sqrt{3}$, $Z_C = 3 + 2i\sqrt{3}$, $Z_D = \overline{Z_C}$.
- 4) On note E le symétrique de D par rapport à 0.
 - a) Calcule $\frac{Z_A - Z_B}{Z_E - Z_B}$.
 - b) En déduis la nature du triangle BEA.

Situation 2 :

A) Soit la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{x - \sqrt{x+2}}{\sqrt{5x-1}-3}$$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f.
- 2) a) calculer la limite de f au point $X_0=2$.
b) peut-on prolonger f par continuité $X_0=2$? si oui, préciser ce prolongement.

B) Soit g la fonction définie par
$$\begin{cases} g(x) = x^2 + ax + b & \text{si } x \leq 1 \\ g(x) = \frac{ax+b}{x+3} & \text{si } x \geq 1. \end{cases}$$

- 1) Déterminer les réels a et b pour que la fonction g soit continue et dérivable en 1.
- 2) Pour les valeurs de a et b trouvées, calculer $g(0)$, $g(2)$, $g(-3)$ et $g(4)$.

Situation Problème

Partie A: Soit f une fonction d'ensemble de définition D_f et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (o, i, j) . On considère ci-dessous son tableau de variation

X	$-\infty$	-4	-2	-1	0	1	3	5	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	+	+	+	$\frac{1}{3}$	-2 -	+	2 +
$f(x)$	1 ○ ↘ -1 ↗ ○ $+\infty$					$-\infty$ ↗ -2 ↘ $-\infty$		$-\infty$ ↗ ○ $+\infty$	

1- Déterminer l'ensemble de définition D_f de f .

2- a) Déterminer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x); \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x); \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x); \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x); \text{ et } \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$$

b) En déduire les asymptotes éventuelles à la courbe (C_f) de f

3- Déterminer les images des intervalles suivants : $] -4 ; -1[$; $[-2 ; 1]$ et $] 3 ; +\infty[$

4- a) Déterminer les solutions de l'équation $(E) : x \in D_f, f(x) = 0$.

b) Déterminer les solutions des inéquations : $(I_1) : x \in D_f, f(x) < 0$; $(I_2) : x \in D_f, f(x) > 0$

c) Déduire le signe de f sur D_f .

5- Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse 5

6- a) f est-elle dérivable en 1 ? Justifier votre réponse.

b) Donner une interprétation géométrique de la dérivabilité en 1.

7) On considère la droite (D) d'équation $y = \frac{1}{2}x$ telle que $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - y) = 0$

En déduire la nature de la droite (D) par rapport à la courbe (C_f) .

8) Construire (D) , (T) , les asymptotes et la courbe (C_f) . On prendra un soin particulier au point d'abscisse 1. Unité graphique 1 cm.

Partie B Soit h la restriction de la fonction f à l'intervalle $] 3 ; +\infty[$.

1- Montrer que h réalise une bijection de l'intervalle $] 3 ; +\infty[$ vers un intervalle k à préciser. 2- Soit h^{-1} , la bijection réciproque de h .

a) Déterminer le sens de variation de h^{-1} .

b) Dresser le tableau de variation de h^{-1}

3- Construire la courbe $(C_{h^{-1}})$ de h^{-1} dans le même repère que la courbe (C_f) de f .