

Académie d'Enseignement de de Kalabankoro ***** ***** LYCEE PRIVE ALPHA DJIBI DEM ***** ***** LPADD *****					République du Mali Un Peuple-Un But-Une Foi
<i>Tant que le grand Dieu dédaignera de dévoiler le futur à l'homme, l'humanité se résumerait à deux mots : Attendre & Espérer.</i>					
Evaluation sommative N°4					
EPREUVE DE : <i>Mathématiques</i>	CLASSE : <i>12^{ème} TSEXP</i>	COEFF : <i>03</i>	ANNEE SCOLAIRE : <i>2024-2025</i>	DUREE : <i>03 Heures</i>	DATE : <i>16-04-2025</i>
<i>Aucun brouillon ne sera corrigé. La clarté et la précision seront prises en compte dans la correction.</i>					<i>Présentation : 00pt</i>

Situation Concrète

4 points

Dans une culture de microbes, le nombre de microbes à un instant t , exprimé en heures, peut être considéré comme une fonction y à valeurs réelles de la variable t . La vitesse de prolifération à l'instant t du nombre de microbes est la dérivée y' de cette fonction.

On constate que : $y'(t) = ky(t)$. On désigne par λ le nombre de microbes à l'instant $t = 0$.

- 1) a) Déterminer la solution de l'équation différentielle $f'(t) - kf(t) = 0$. (0,75 pt)
 b) En déduire le nombre de microbes $y(t)$. (0,75 pt)
- 2) Sachant que le nombre de microbes a quadruplé au bout de 2 heures.
 - a) Déterminer la constante k et le nombre de microbes au bout de 3 heures en fonction de λ . (1,5 pt)
 - b) Quelle est la valeur de λ sachant que la culture contient 6400 microbes au bout de cinq heures. (1 pt)

Situation d'évaluation

5 points

- I- On donne le polynôme P défini par $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + 5x - 2$
 - a. Calcule $P(1)$ puis conclure.
 - b. Donne une factorisation de P puis résous dans $\mathbb{R}$.
- II- En utilisant la question I.
 - a. Résous dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes :
 - $2 \ln^3 x - 5 \ln^2 x + 5 \ln x - 2 = 0$.
 - $2.2025^{3x} - 5.2025^{2x} + 5.2025 - 2 = 0$
 - b. Résous dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $2e^{3x} - 5e^{2x} + 5e^x - 2 \leq 0$.
- III- Résous dans $\mathbb{R}^2$, le système tel que : $\begin{cases} xy = 256 \\ \log_y x + \log_x y = \frac{50}{7} \end{cases}$

Problème

11 points

- A) Soit la fonction numérique g définie par : $g(x) = 2e^x - x - 2$.
 - 1) Calculer les limites de g en $+\infty$ et en $-\infty$. (1 pt)
 - 2) Etudier le sens de variation de g puis dresser son tableau de variation. (1,25 pt)
 - 3) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet exactement deux solutions réelles 0 et α telle que : $-1,6 \leq \alpha \leq -1,5$. (0,75 pt)
 - 4) En déduire le signe de g . (0,5 pt)
- B) Soit la fonction f définie par $f(x) = e^{2x} - (x+1)e^x$ et (C_f) dans le plan muni d'un repère orthonormé d'unité 1 cm.
 - 1) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$. (1 pt)
 - 2) Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x)$ et $g(x)$ ont le même signe. (0,5 pt)
 Etudier les variations de f . (0,5 pt)
 - 3) Montrer que $f(\alpha) = -\frac{\alpha^2 + 2\alpha}{4}$. En déduire un encadrement de $f(\alpha)$. (1 pt)
 - 4) Dresser le tableau de variation de f . (1 pt)

- 5) Tracer la courbe (C_f) . **(1, 25 pt)**
- C) Soit (m) l'aire du domaine limité par (C_f) ; l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = m$ où m est un réel strictement négatif.
- 1) Calculer $\int_m^0 x e^x dx$ en utilisant l'intégration par parties. **(0, 75 pt)**
 - 2) Calculer alors en fonction de m , l'aire $A(m)$. **(1 pt)**
 - 3) Déterminer $\lim_{m \rightarrow -\infty} A(m)$. **(0, 5 pt)**.

BONNE CHANCE !!!