

Exercice 1 : 6 points

1) Ecris les nombres complexes suivants sous forme trigonométrique

$$z_1 = \frac{-3e^{i\frac{\pi}{4}}}{\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}} ; \quad z_2 = \frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3})(1 - i)$$

2) Soit $z = 1 + e^{i\theta}$.

Détermine le module et un argument de z lorsque $\theta \in]0; \pi[$.

3) Linéarise l'expression suivante $A = \cos^3 x \times \sin^3 x$.

Exercice 2 : 6 points

On donne les points $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $M' \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$ d'affixes respectives z et Z défini par : $Z = \frac{z+1}{z-2i}$.

1) a) Pour quelle valeur de z , Z est-il défini ?

b) Exprime X et Y à l'aide de x et y .

2) Détermine puis construis l'ensemble des points M du plan tels que :

a) Z est un nombre imaginaire pur.

b) Z est un nombre réel non nul.

c) $|Z| = 1$.

Exercice 3 : 8 points

Le plan complexe est muni du repère orthonormé direct (O, I, J) , (unité 2cm).

1) On considère l'équation : $(E) : z \in \mathbb{C}, z^3 - 2iz^2 + 4(1+i)z + 16 + 16i = 0$.

Vérifie que : $\forall z \in \mathbb{C}, z^3 - 2iz^2 + 4(1+i)z + 16 + 16i = 0 = (z+2)[z^2 - 2(1+i)z + 8(1+i)]$

2) a) Détermine les racines carrées du nombre complexe $-8 - 6i$.

b) Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation : $(E_1) : z \in \mathbb{C}, z^2 - 2(1+i)z + 8(1+i) = 0$.

c) Déduis – en les solutions de (E) .

3) Soit A, B et C les points d'affixes respectives $-2; 4i$ et $2 - 2i$.

a) Fais une figure.

b) Soit K le milieu de $[BC]$. On considère la similitude directe S de centre A , qui transforme B en K .

Détermine et construis l'image (C') du cercle (C) de diamètre $[AB]$ par la similitude S .

c) Détermine l'écriture complexe de S .

d) Détermine l'angle et le rapport de S .