

Devoir n°1 de Mathématiques

Classe : TSExp

13 Novembre 2025

Durée : 2 heures

Coef : 03

- Le sujet est composé de deux exercices et d'un problème tous obligatoires.
- La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
- L'usage de la calculatrice non programmable est autorisé.

Exercice 1 :-----[04 points]

Détermine le module et un argument de chacun des nombres complexes suivants :

$$z_1 = 1 + \sqrt{3} + i(1 + \sqrt{3}); \quad z_2 = (-1 + i\sqrt{3})\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right); \quad z_3 = -5e^{i\frac{\pi}{5}};$$
$$z_4 = 2\left(\cos\frac{\pi}{5} + i\sin\frac{6\pi}{5}\right); \quad z_5 = 1 + \cos\left(\frac{\pi}{7}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{7}\right).$$

Exercice 2 :-----[05 points]

A. a) Ecris sous la forme algébrique $z_1 = \frac{2\sqrt{3}+11+(11\sqrt{3}-2)i}{2+11i}$. (1pt)

b) Ecris z_1 sous forme exponentielle. (1pt)

B. Ecris sous la forme trigonométrique : $z_2 = \frac{-3(1-i\sqrt{3})^2 e^{i\frac{3\pi}{4}}}{2i\left(\sin\frac{\pi}{6} + i\cos\frac{\pi}{6}\right)(-\sqrt{3}+i)^4}$. (1pt)

C. Linéarise : $\sin(3x) \times \cos(5x)$ et $64 \cos^3\left(\frac{2}{3}x\right) \times \sin^3\left(\frac{2}{3}x\right)$. (2 pts)

Problème :-----[11 points]

Les parties A et B sont indépendantes

A. Soit les complexes suivants :

$$z_1 = -2 + i\sqrt{3}; \quad z_2 = 1 - i\sqrt{12}; \quad z_3 = -1 - i(1 - \sqrt{3}) \quad \text{et} \quad t = \frac{z_2 + z_1}{z_3 - z_1}$$

1. Détermine la forme trigonométrique des complexes $z_2 + z_1$ et $z_3 - z_1$. (1, 5 pts)

2. Détermine les formes trigonométrique et algébrique de $t = \frac{z_2 + z_1}{z_3 - z_1}$. (1, 5 pts)

3. Dédus-en les valeurs exactes de $\cos\frac{5\pi}{12}$ et $\sin\frac{5\pi}{12}$ puis celles de $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$. (1 pt)

4. Calcule t^{540} . (0, 5 pt)

B. Soit u et v les nombres complexes définis par : $u = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2} + i\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$ et $v = u^4$.

1. a. Ecris v sous forme algébrique. (1pt)

b. Détermine les racines quatrièmes de v sous forme trigonométrique. (2pts)

c. Détermine les racines quatrièmes de l'unité. (1pt)

d. Dédus-en les solutions sous la forme algébrique de l'équation :

$$(E) : z^4 = 8(1 + i\sqrt{3}). \text{ (1pt)}$$

2. Dédus - en le module et un argument de u . (1pt)

3. Dédus - en les valeurs exactes de $\cos\frac{7\pi}{12}$ et $\sin\frac{7\pi}{12}$. (0, 5pt)