

SITUATION 1 :**I-**

1) Détermine la nature et les éléments caractéristiques des transformations suivantes :

a) $z' = 3z - 4 + 2i$; $z' = 2i\bar{z} + 2 - i$; $(2 + 2i)z - 2 + i$

2) Linéarise $\cos^3 x \sin^4 x$ et $\sin^3 x \cos^4 x$

3) On donne $u = 3 - i$; $V = u^4$

4) Ecris V sous forme algébrique

5) Détermine sous forme algébrique les racines quatrièmes de l'unité.

6) Déduis-en les solutions de l'équation $z^4 = 28 - 96i$

II- Soit z un nombre complexe tel que $z = \frac{z+2-i}{z-i}$

1. On pose $z = x + iy$. Détermine la partie réel et la partie imaginaire de z en fonction de x et y
2. Détermine l'ensemble des points $M(z)$ tel que z soit un réel
3. Détermine l'ensemble des points $M(z)$ tels que z soit imaginaire pur
4. Détermine l'ensemble des points $M(z)$ tel que $|z| = 1$

SITUATION 2 :

On considère le nombre complexe Z défini par : $Z = \sqrt{3} + 1 + (-1 + \sqrt{3})i$

- 1) Ecris Z^2 sous forme algébrique
- 2) Détermine le module et un argument de Z^2
- 3) En déduis le module et un argument de Z
- 4) En déduis les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$
- 5) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $(\sqrt{3} + 1)\cos x + (\sqrt{3} - 1) = \sqrt{2}$

PROBLEME :

On donne l'équation $(E) : iz^3 + (6 - 2i)z^2 - (4 + 16i)z - 32 - 16i$

1a) Détermine les racines carrées de $3 - 4i$

Déduis-en les solutions de $u^2 = -12 + 16i$

b) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation : $iz^2 - (6 - 4i)z - 16 - 8i = 0$

2) Démontre que l'équation (E) admet une solution réelle z_0 que l'on déterminera

3) Achève la résolution de (E) .

4) On désigne par -2 ; $4i$ et $4 + 2i$ les affixes des points respectifs A ; B et C dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$.

a) Place les points A , B et C dans le plan

b) Calcule $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ puis en déduis la nature du triangle ABC

c) Détermine le centre et le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC

5) On désigne par S la transformation du plan qui transforme le point C en A en laissant invariant le point B .

a) Détermine l'expression complexe de S

b) Détermine la nature et les éléments caractéristiques de S

