

Lycée Privé Tina (L.TINA)

DEVOIR N°1 DU PREMIER TRIMESTRE 2025-2026

Epreuve de Mathématiques

Classe : TSExp	Vendredi 28 /11/ 2025	Durée : 3 heures	Coef : 03
-----------------------	-----------------------	------------------	------------------

Lis attentivement :

- Le sujet est composé de deux exercices et d'un problème tous obligatoires.
- La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
- L'usage de la calculatrice programmable, les téléphones et, les tablettes est formellement interdit.

Exercice1 : ----- [5 points]

On donne $a = \sqrt{3} - i$ et $b = -\sqrt{3} - i$ deux nombres complexes.

- Ecris sous forme algébrique les nombres complexes suivants : $z_0 = a + b$; $z_1 = a - b$; $z_2 = \bar{a}b$; $z_3 = a\bar{a}$; $z_4 = a\bar{b}$; $z_5 = b^2$; $z_6 = a^3$; $z_7 = \frac{a}{b}$ (2pts)
- On donne $c = \frac{a^2}{b^3}$, détermine le module et un argument de c (1pt)
- On donne $t = ab$, écris t sous forme trigonométrique exponentielle et polaire (1pt)
- Ecris $\left(\frac{a}{b}\right)^{2025}$ sous forme algébrique (1pt)

Exercice 2 : ----- [5points]

On donne les complexes suivants : $z_0 = 1$; $z_1 = 1 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ et $z_2 = \frac{5+i\sqrt{3}}{4}$

- Détermine la forme trigonométrique des complexes $z = z_1 - z_0$ et $z' = z_2 - z_0$ (1pt)
- Déduis-en la forme trigonométrique de $T = \frac{z_2 - z_0}{z_1 - z_0}$ (1pt)
- De ce qui précède, déduis les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ (1pt)
- Résous dans $[-\pi; \pi]$ l'équation d'inconnu x : $(\sqrt{6} + \sqrt{2})\cos x + (\sqrt{6} - \sqrt{2})\sin x = 2$ puis place les points images des solutions sur le cercle trigonométrique (2pts)

Problème : ----- [10 points]

Soient les nombres complexes : $z_1 = \sqrt{3} - i$; $z_2 = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ et $z_3 = -1 + i\sqrt{3}$

- Détermine le module et un argument des complexes z_1 ; z_2 et z_3 .
Déduis-en que les points M_1, M_2 et M_3 d'affixes respectives z_1 ; z_2 et z_3 appartiennent à un même cercle dont on déterminera le centre, le rayon et l'équation. Fais une figure. (3pts)
- On pose $z_4 = -2z_1 \left(\frac{z_2}{z_3}\right)^2$, mets z_4 sous forme algébrique. (1,5pt)
- Détermine les racines carrées de z_4 . (1,5pt)
- On pose $z_5 = -4z_1 z_3$ détermine les racines quatrièmes de z_5 . Fais la représentation graphique dans le plan. (2pts)
- a) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 2z + 2 = 0$ (1pt)
b) Ecris chacune des solutions sous forme exponentielle (1pt)