

Lycée Privé les Princes de Sarambougou (LPP-S)		
Evaluation N°2 : (Nombres complexes)	Série : TSExp	Prof : A. Doumbia
Epreuves : Mathématiques	Coeff : 03	Durée : 02 heures

Exercice 1 :.....6points

I-) Soient les nombres complexes : $z_1 = 2 + i$ et $z_2 = 1 - i$.

Ecris sous forme algébrique les nombres complexes suivants :

$$1) \overline{(2z_1 + z_2)}; \quad 2) \overline{\left(2z_1 + \frac{2}{z_2}\right)}; \quad 3) \overline{(2z_1^2 + z_2^2)}.$$

II-) On considère le polynôme f complexe d'inconnue z défini par : $f(z) = z^2 - 2\bar{z} + 1$, où $\bar{z}$ désigne le conjugué de z .

On pose $z = x + iy$, où x et y sont des nombres réels.

Détermine les valeurs des réels x et y pour les quelles $f(z) = 0$.

Exercice 2 :.....6points

Détermine les formes trigonométrique et exponentielle de chacun des nombres complexes ci-dessous :

$$z_1 = \frac{\frac{1+i}{1-i}}{\frac{2-i}{1+i}+1}; \quad z_2 = \left[\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) - i\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)\right](1 + i\sqrt{3});$$

$$z_3 = \frac{3+i}{1-i} + (1+i)^4 + 2(1-i) - i\sqrt{3}; \quad z_4 = 1 + i + \sqrt{2}$$

Exercice 3 :.....8points

I-) Soit x un nombre réel. Linéarise les expressions suivantes :

$$A(x) = \cos^3\left(\frac{3x}{2}\right) \sin^3\left(\frac{3x}{2}\right); \quad B(x) = \sin^3(x)\cos(x); \quad C(x) = \sin^6(x)$$

II-) On considère les points A, B et C d'affixes respectives :

$$z_A = (-\sqrt{3} + 3i)^2; \quad z_B = \frac{(1+i)^4}{(\sqrt{3}-i)^3} \text{ et } z_C = \left(\frac{\sqrt{3}-i}{1-i}\right)^3.$$

1) Détermine les racines carrées de z_A puis donne la forme trigonométrique de chaque racine.

2) Calcule les affixes des vecteurs : $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.

3) En déduis les valeurs des distances : AB ; AC et BC .

III-) On pose : $z = \sqrt{2 - \sqrt{3}} - i\sqrt{2 + \sqrt{3}}$

1) Calcule z^2 puis en déduis sa forme trigonométrique.

2) En déduis la forme trigonométrique de z .

3) Déduis de ce qui précède les valeurs exactes de : $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$; $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$; $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

IV-) On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes le polynôme P d'inconnue z défini par : $P(z) = z^4 + 5z^3 + (11 - 3i)z^2 + (10 - 10i)z - 8i$.

1) Montre que l'équation $P(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure notée z_1 .

2) Montre que l'équation $P(z) = 0$ admet une solution réelle notée z_2 .

3) En déduis une factorisation de $P(z)$ sous la forme d'un produit de deux facteurs du second degré.

Motivation supplémentaire : La bonne présentation de la copie est notée sur 1 point.

NB : La rapidité, l'efficacité, la précision et les remarques feront la différence.

« La mathématique est la mère des sciences »