

LYCÉE MAARIF FILLES DE SEBENIKORO

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES

TSExp

Année : 2025-2026

Date : 13/01/2026

Durée: 3h

Exercice1 : 6pts

On donne $A = 5\sqrt{2}(1+i)$ et $B = -5(1+i\sqrt{3})$.

- 1) Détermine le module et un argument de chacun des nombres complexes suivants :

$$A, \bar{A}, B, \frac{1}{A}, A \times B, \frac{B}{A} \text{ et } \frac{A}{B^2}$$

- 2) Soit Z un nombre complexe tel que $AZ = B$

- a) Ecris Z sous forme algébrique puis sous forme trigonométrique.

- b) En déduis les valeurs exactes de $\cos \frac{13\pi}{12}$ et de $\sin \frac{13\pi}{12}$

- c) Calcule $(Z)^{2026}$.

Exercice2 : 6pts

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u}; \vec{v})$

- 1) On pose $P(z) = z^3 - 3z^2 + 9z - 27$.

- a) Calcule $P(3)$, factorise $P(z)$ puis résous $P(z) = 0$.

- b) Donne la nature du triangle formé par les points images des solutions de cette équation.

- 2) On nomme A, B, C et D les points d'affixes respectives a, b, c et d tels que :

$$a = 3; b = -3i; c = 3i \text{ et } d = 2 - \frac{5}{2}i$$

- a) Détermine l'affixe du point E , image de D par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$

- b) Détermine l'affixe du point I symétrique de B par rapport à D puis celle du point J ,

Symétrique de C par rapport à E

- c) Détermine l'affixe du point F milieu du segment $[IJ]$.

- d) Précise en justifiant, la nature du quadrilatère $ODFE$.

- e) On pose $Z = \frac{z_J - z_A}{z_I - z_A}$. Calcule Z .

En interprétant géométriquement le module et un argument de Z détermine la nature du triangle.

Problème : 8pts

Partie A : On donne la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 - 6x + 5$.

- 1) Calcule les limites de g en $-\infty$ et $+\infty$
- 2) Etudie les variations de g et dresse son tableau de variation.
- 3) Calcule $g(1)$ et $g(5)$
- 4) En déduis le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Partie B : Soit la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{3\}$ par : $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 10}{x - 3}$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) . (Unité graphique : 2cm)

- 1) a) Calcule les limites de f aux bornes de Df .
b) Interprète graphiquement le résultat de la limite de en 3.
- 2) a) Montre que $\forall x \in \mathbb{R} - \{3\}, f'(x) = \frac{g(x)}{(x-3)^2}$
b) En déduis le sens de variation de f et dresse son tableau de variation.
- 3) a) Démontre que la droite (D) d'équation $y = x - 2$ est asymptote oblique à (C) en $-\infty$ et $+\infty$.
b) Etudie les positions relatives de (C) par rapport à (D) .
- 4) Montre que $f(\alpha) = \frac{\alpha+5}{\alpha-3}$ (α un zéro de g).
- 5) Trace (C) et (D) .