

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES**Série:** TSEXP**Durée:** 3 heures**Coef:** 3**EXERCICE 1:** (6Pts)

Soient les nombres complexes : $z_1 = \sqrt{3} - i$; $z_2 = -\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ et $z_3 = -1 + \sqrt{3}i$

- 1) Détermine le module et un argument des complexes z_1 , z_2 et z_3 .
- 2) En-déduis le module et un argument de : $\frac{z_1}{z_3}$; $z_1 \times z_3$; z_2^3
- 3) Montre que z_1 est une racine carrée de $2 - 2i\sqrt{3}$.
- 4) Vérifie que z_3 est racine cubique de 8.

EXERCICE 2: (5Pts)

- 1) Ecris sous forme algébrique $\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2026}$.
- 2) Détermine les racines carrées de : $-32 + 24i$.
- 3) Soit F la transformation du plan dont l'écriture complexe est $z' = 2iz + 1 - 2i$
Donne la nature et les éléments caractéristiques de F .
- 4) Linéarise $\cos^3 5x$.

PROBLEME: (9Pts)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(o; \overline{e_1}; \overline{e_2})$.

Soit l'équation $(E) : z^3 - (a + 6i)z^2 + (5ia - 13)z + 8i + 4 = 0$

- 1) Détermine la valeur de a sachant que $z = i$ est une solution de (E)
- 2) Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation $(F) : z^2 - (1 + 5i)z - 8 + 4i = 0$
- 3) On admet que $a = 1$. Détermine les complexes α et β pour qu'on ait

$$z^3 - (a + 6i)z^2 + (5ia - 13)z + 8i + 4 = (z - i)(z^2 + \alpha z + \beta) = 0$$

- 4) En-déduis les solutions de l'équation (E) .
- 5) Soient les points A, B et C d'affixes respectives i ; $2 + 2i$ et $-1 + 3i$.
 - a) Place les points A, B et C dans le plan complexe.
 - b) Calcule $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ puis en déduis la nature du triangle ABC .
 - c) Détermine l'affixe du point D tel que $ABDC$ soit un parallélogramme.