

	Académie d'enseignement de kalaban Coro	République du Mali
	LYCEE PRIVE PRESTIGE	Un Peuple- Un But- Une Foi
	LPP	
	MATHÉMATIQUES	
	Quand la vérité n'est pas libre, la liberté n'est pas vraie.	3h
	EVALUATION TRIMESTRIELLE N°2	2025 - 2026
		Tsexp

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie. Les traces de recherches, même incomplètes ou infructueuses, seront valorisées. L'utilisation des calculatrices non programmable est autorisée. La rapidité et l'extrême vigilance seront des atouts distinctifs. **Bonne évaluation**, seul le travail bien fait libère. L'apprenant pourra commencer par l'exercice de son choix, en prenant le soin de bien numéroter les situations.

Situation 1 : 7 points

I. Détermine les nombres complexes z_1 ; z_2 et z_3 vérifiant les conditions suivantes :

$$\boxed{\times} \begin{cases} |z_2| = 2|z_1| \\ |z_3| = 2|z_2| \end{cases}; \boxed{\times} \begin{cases} \arg(z_2) = \arg(z_1) + \frac{\pi}{2} \\ \arg(z_3) = \arg(z_2) + \frac{\pi}{2} \end{cases} \text{ et } \boxed{\times} z_1 \times z_2 \times z_3 = 64i$$

$$0 < \arg(z_1) < \frac{\pi}{2}$$

II. Madjè a dans son sac sept billets de banque dont trois de 10 000F et quatre de 5 000F. Elle désire acheter pour son fils un vélo qui coûte 30 000F dans un magasin. Elle tire au hasard simultanément 4 billets de son sac et compte le montant obtenu. On précise que tous les billets ont la même chance d'être tirés. On note X la variable aléatoire désignant la somme obtenue.

- Détermine les différentes valeurs prises par X .
- Détermine la loi de probabilité de X .
- Calcule l'espérance mathématique, la variance et l'écart-type.
- Quelle est la probabilité d'obtenir exactement le montant permettant à Madjai d'acheter le vélo ?

Situation problème : 9 points

Partie A

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{e^x}{e^x+1} - \frac{1}{2}$

Sa représentation graphique dans un repère orthonormal est notée C_f .

- Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. Les interpréter graphiquement.
- Etudier la variation de f .
- Démontrer que cette fonction est impaire. Qu'en déduit-on de C_f ?
- Déterminer le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x .

Partie B

On considère maintenant la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \ln(e^x + 1) - \frac{1}{2}x$.

Sa représentation dans un repère orthonormal est C_g .

- Prouver que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = \ln(1 + e^{-x}) + \frac{1}{2}x = \ln(e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}})$.

Dans les questions suivantes, il faudra mieux choisir la forme la plus commode de $g(x)$, parmi les trois formes vues, pour parvenir aux réponses demandées.

- Vérifier que $g' = f$. En déduire les variations de g .

a°) Déterminer la limite de g en $+\infty$.

b°) Prouver qu'en $+\infty$, la droite $(\Delta): y = \frac{1}{2}x$ est asymptote à C_g .

c°) Etudier la position relative de C_g à (Δ) .

d°) Démontrer que la fonction g est paire. Qu'en déduit-on pour C_g ? en déduire l'équation de l'asymptote oblique à C_g en $-\infty$.

e°) Faire le dessin de C_g avec ses asymptotes.

EVALUATION DES COMPETENCES..... 4 points

Lors de la journée culturelle de ton établissement, le comité d'organisation veut informer le service de sécurité de l'évolution du remplissage de la salle de spectacle pour coordonner le spectacle de clôture.

L'ouverture de la salle est fixée à 11h00. La cérémonie de clôture doit impérativement débiter avant 18h30 pour respecter les horaires du couvre-feu en vigueur. Cependant, les organisateurs refusent de lancer le spectacle tant qu'au moins 90% de la population attendue n'est pas installée.

La proportion de supporters installés après une durée t d'ouverture de la salle est donnée par la fonction p définie par : $p(t) = 1 - e^{-0,21t}$.

0,21 est une constante liée à la fluidité des portiques de sécurité. Tu fais partie des organisateurs et votre responsable te dit : « Ne t'inquiète pas, l'attente n'excèdera pas 7 heures et nous serons dans le temps pour 18h30. »

En tant qu'élève de la TSEXP, tu veux vérifier l'affirmation de ton responsable.

A partir d'une analyse argumentée basée sur tes connaissances mathématiques,

1. Valide ou infirme l'affirmation de ton responsable sur la durée d'attente.
2. Evalue si l'objectif de 18h30 est techniquement réalisable avec le dispositif de sécurité mis en place.
3. Propose à ton responsable une constante de fluidité pour que la cérémonie débute à 18h.