

|  |                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | Académie d'enseignement de kalaban Coro<br><b>LYCEE PRIVE LE PRESTIGE de N'tabacoro</b><br><br><b>LPP</b> | République du Mali<br><b>Un Peuple- Un But- Une Foi</b><br><br><b>ACADEMIE COMPETENCE ELITE</b><br>Supplémentaire Filles<br>2008-2009<br>Contact: 70 84 21 32 / 97 77 14 07<br><b>MATHEMATIQUES</b> |
|  | <i>Quand la vérité n'est pas libre, la liberté n'est pas vraie.</i>                                                                                                                        | <b>3h</b>                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|  | <b>EVALUATION MINI BAC N°1</b>                                                                                                                                                             | <b>2025 - 2026</b>                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|  |                                                                                                                                                                                            | <b>TSEXP</b>                                                                                                                                                                                                                                                                           |

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie. Les traces de recherches, même incomplètes ou infructueuses, seront valorisées. L'utilisation des calculatrices non programmable est autorisée. La rapidité et l'extrême vigilance seront des atouts distinctifs. **Bonne évaluation**, seul le travail bien fait libère. L'apprenant pourra commencer par l'exercice de son choix, en prenant le soin de bien numéroter les situations.

### Situation 1 :

- I. On considère le nombre complexe  $Z = \frac{a+ib}{2-5i}$  avec  $(a; b) \in \mathbb{R}^2$ .
- Détermine  $a$  et  $b$  pour que  $Z$  ait pour module  $\sqrt{2}$  et pour argument  $\frac{3\pi}{4}$ .
  - $k$  étant un entier naturel, prouve que la somme :  $S = \left(\frac{3+7i}{2-5i}\right)^{2020} + \left(\frac{3+7i}{2-5i}\right)^{2024}$  est un réel.
  - a. Calcule  $[(2-5i)(-1+i)]^4$   
b. déduis-en la résolution dans  $\mathbb{C}$  de l'équation :  $Z^4 + 164 + 3360i = 0$
- II. 1) Soit les intégrales suivantes :  $A = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^4(x) \cdot \sin^2(x) dx$  et  $B = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^4(x) \cdot \cos^2(x) dx$   
Calcule  $A + B$ ;  $A - B$  puis en déduis  $A$  et  $B$
- 2) Calcule l'intégrale  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^4(x)} dx$ .

### Situation 2 :

- I. On considère les fonctions  $f$  et  $g$  définies respectivement sur  $\mathbb{R}$  par :  $f: x \mapsto f(x) = \frac{x}{1+x^2}$  et  $g: x \mapsto \frac{x^3}{1+x^2}$ .
- On pose  $J = I_1 + I_2$  avec  $I_1 = \int_0^1 f(x) dx$  et  $I_2 = \int_0^1 g(x) dx$ .
- Calcule  $I_1$  puis  $J$ .
  - En déduis  $I_2$ .
- II. On considère la fonction définie sur  $\mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$  par :  $h: t \mapsto h(t) = \frac{t^2-1}{2t-1}$ .
- Détermine trois réels  $a, b$  et  $c$  tels que pour  $t \neq \frac{1}{2}$ ,  $h(t) = at + b + \frac{c}{2t-1}$ .
  - Calcule  $P = \int_0^1 \frac{x^2-1}{2x-1} dx$ .

### Evaluation des compétences

Dans une culture de bactéries, la taille des bactéries (exprimée en millimètre par jour) est modélisée par la fonction  $f(x) = \frac{3000}{(1+0,25x)^2}$  où  $x \in [0; +\infty[$  est le temps écoulé en jour.

On admet que cette taille est la dérivée de la fonction population  $P$  qui prend la valeur 1000 en 0.

- Détermine  $P(x)$  désignant la population des bactéries après  $x$  jours.
- Calcule le nombre de bactéries ainsi que leur taille au bout de 3 jours.
- Détermine le nombre de jours au bout duquel le nombre de bactéries atteindra 10 000.
- Détermine le nombre de jours au bout duquel la taille des bactéries sera 30 millimètres.
- Calcule  $\lim_{x \rightarrow +\infty} P(x)$  puis interprète ce résultat.
- Dresse le tableau de variation de  $P$  sur  $[0; +\infty[$