



La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie. Les traces de recherches, même incomplètes ou infructueuses, seront valorisées. L'utilisation des calculatrices non programmable est autorisée. La rapidité et l'extrême vigilance seront des atouts distinctifs. **Bonne évaluation**, seul le travail bien fait libère. L'apprenant pourra commencer par l'exercice de son choix, en prenant le soin de bien numéroté les situations. Le sujet est étalé sur 2 pages.

SITUATION 1 :

I. Soit g une fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = a(\ln x)^2 + b \ln x + c$ où a , b et c sont trois réels.

Détermine a , b et c sachant que la courbe représentative de dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ passe par les points $A(1; 2)$; $B(e; 0)$ et $C(e^3; 2)$.

II. Soit le polynôme P défini par $P(x) = 4x^3 - 4x^2 - x + 1$

1. Calcule $P(1)$ puis résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$

2. En déduis la résolution des équations suivantes :

a. $4(\ln x)^3 - 4(\ln x)^2 - \ln x + 1 = 0$

b. $e^{-3x} + 4 = e^{-2x} + 4e^{-x}$

c. $2^{3x+2} - 2^{2x+2} - 2^x + 2 = 0$

d. $4(\log_3 x)^3 - 4(\log_3 x)^2 - \log_3 x + 1 = 0$

e. $4 \times 1000^x - 4 \times 100^x - 10^x + 1 = 0$.

SITUATION PROBLEME**PARTIE A :**

On considère la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = x^3 - x - 2 \ln x + 3$

1. a) Vérifie que $3x^3 - x - 2 = (x - 1)(3x^2 + 3x + 2)$

b) Montre que pour tout x de $]0; +\infty[$, $g'(x) = \frac{(x-1)(3x^2+3x+2)}{x}$

2. Etudie le sens de variation de la fonction g puis dresse son tableau de variation.

3. Calcule $g(1)$ puis en déduis le signe de $g(x)$ pour tout x de $]0; +\infty[$.

PARTIE B :

On donne la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x - 1 + \frac{x-1+\ln x}{x^2}$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. Montre que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ pour tout x de $]0; +\infty[$.

2. a) Montre que : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ puis interprète graphiquement le résultat.

b) Montre que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1+\ln x}{x^2} = 0$. Puis que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

c) Montre que : la (Δ) : $y = x - 1$ est asymptote oblique à (C) au voisinage de $+\infty$.

3. Détermine une équation de la tangente à (C) au point d'abscisse 1.

4. Trace (C) et (Δ) .

5. a) Montre que $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx = 1 - \frac{2}{e}$.

b) Calcule l'aire de la partie du plan limitée par (C) et (Δ) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.



EVALUATION DES COMPETENCES

I. Une grandeur (non nulle) y évolue à une vitesse proportionnelle à elle-même.

On sait que cette grandeur double tous les dix ans. Trouve le temps qu'il lui faut pour tripler.

II. La loi de refroidissement de Newton s'énonce ainsi :

"la vitesse de refroidissement d'un corps inerte est proportionnelle à la différence de température entre ce corps et le milieu ambiant".

On suppose que la température de l'air ambiant est constante égale à 25°C .

Dans ces conditions, la température d'un corps passe de 100°C à 70°C en 15 minutes.

Au bout de combien de temps se trouvera-t-il à 40°C ?