

Evaluation sommative

COMPLEXE SCOLAIRE
DADO KANTA
(C.S.D.K.N)



Lycée privé DADO

KANTA de Niamana

Epreuve de : Mathématiques

Classe : TSEXP

Durée : 03H00

Coefficient : 03

Professeur : M. THIAM

NB : « La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements, l'utilisation correcte des formules et la présentation seront prises en compte dans l'appréciation des copies ».

Situation 1 : Nombres Complexes(04 pts)

On considère le nombre complexe $Z = (1 - \sqrt{3}) - i(1 + \sqrt{3})$.

1. Ecris sous forme algébrique Z^2(01 pt)
2. Trouve le module et un argument de Z^2 , en déduire le module et un argument de Z(01 pt)
3. En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{17\pi}{12}$ et $\sin \frac{17\pi}{12}$(01 pt)
4. Linéarise $\sin^5 x$, puis calcule $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^5 x \, dx$(01 pt)

Situation 2 : Primitives-Intégrales.....(06 pts)

Partie A : Primitives(03 pts)

Soit la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par :

$$f(u) = \frac{u^2 - 5u + 9}{(-u + 2)^2}$$

1. Trouve l'ensemble de définition de f et montre que $\forall u \in D_f$, il existe trois réels a , b et c tels que, $f(u) = a + \frac{b}{u-2} + \frac{c}{(u-2)^2}$(02 pts)
2. En déduire une primitive de f sur $]2; +\infty[$ (01 pt)

Partie B : Primitives-Intégrales(03 pts)

1. Détermine l'ensemble des primitives des fonctions suivantes :.....(1,5 pts)

$$a) f(x) = x^2 + 2 \tan x + x^2 \tan^2 x; \quad b) g(x) = \frac{\sin x - x \cos x}{x^2};$$

$$c) k(x) = \frac{x^3 + x^2 + 2x + 1}{x^3(x + 1)}$$

2. On pose : $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1+2 \sin x} \, dx$; $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{1+2 \sin x} \, dx$ et $I_2 = I_1 + I$

Calcule I_2 et I_1 . En déduire(1,5 pts)

Situation 3 : Problèmes (Etude d'une fonction et calcul d'air)(10 pts)

Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire.(03 pts)

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x^3 + 3x - 2$.

1. Etudie les variations de g sur $\mathbb{R}$(1,5 pts)
2. Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique $\alpha \in [0 ; 1]$(0,5 pt)
3. En déduis le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x(0,5 pt)
4. Donne une valeur approchée de α à 10^{-1} près.(0,5 pt)

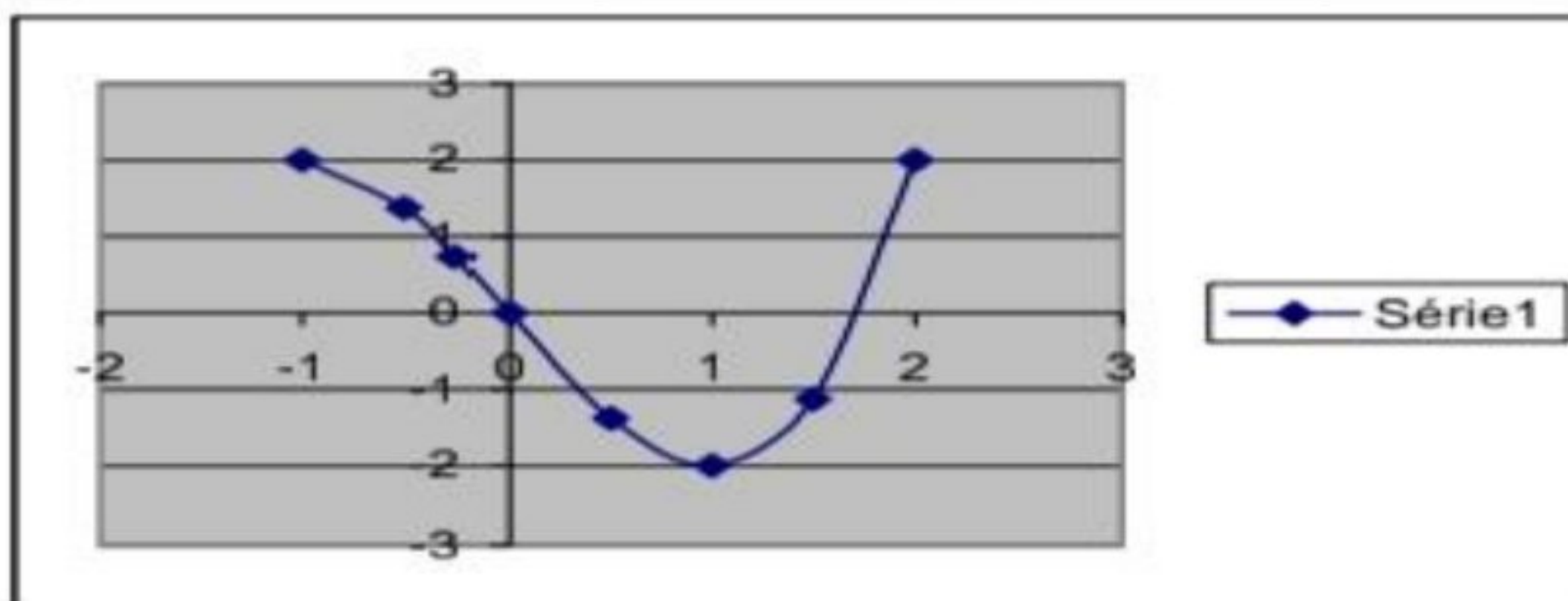
Partie B : Etude de la fonction principale f(4,5pts)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^3+1}{x^2+1}$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Détermine le domaine de définition de f . Puis calcule la limite aux bornes de D_f(0,5 pt)
2. a) Montre que $\forall x \in D_f, f'(x) = \frac{x}{(x^2+1)^2} \times g(x)$(0,75 pt)
b) En déduis le sens de variation de f et dresse son tableau de variation.(0,25 pt)
3. a) Démontre que la droite (D) d'équation $y = x$ est asymptote oblique à (C)(0,50 pt)
b) Etudie les positions relatives de (C) par rapport à (D)(0,50 pt)
4. Montre que $f(\alpha) = \frac{3(1-\alpha)}{\alpha^2+1}$(01 pt)
5. Trace (C) et (D)(01 pt)

Partie C : Calcul d'aire.(02,5 pts)

On désigne par f la fonction définie et dérivable sur $[-1; 2]$ dont la représentation graphique (C)



1. Utilise le graphique pour déterminer $f(0)$; $f(1)$; $f'(1)$ où f' est la dérivée de f(0,75 pt)
2. Résoudre graphiquement l'équation $[-1; 2]; f(x) = 0$(0,25 pt)
3. On suppose $f(x) = ax^3 + bx + c$(01,5 pts)

A l'aide des valeurs mises en évidence sur le graphique, calcule les trois nombres réels a ; b ; c .

En déduire l'aire du domaine plan limité par (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations : $x = -1$ et $x = 1$.

Bon courage !