

Evaluation sommative

COMPLEXE SCOLAIRE
DADO KANTA
(C.S.D.K.N)



Lycée privé DADO

KANTA de Niamana

Epreuve de : Mathématiques

Classe : TSEXP

Durée : 03H00 (07H30 à 10H30)

Coefficient : 03

Date : Lundi le 26 Novembre 2025

Professeur : M. THIAM

NB : « La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements, l'utilisation correcte des formules et la présentation seront prises en compte dans l'appréciation des copies ».

Situation 1 : Calculs trigonométriques et nombres complexes.....(04pts)Soient $A = 4\sqrt{3}(1 - i)$; $B = 6(1 - i\sqrt{3})$

- 1) On pose $AZ = B$, écris Z sous forme algébrique puis trigonométrique.....(01pts)
- 2) En déduis des questions précédentes les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$(01pts)
- 3) Résolution.
 - a) En déduis des questions précédentes la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation de :.....(1,5pts)

$$(E): x \in]-\pi; 2\pi] ; (\sqrt{3} + 1) \cos x + (\sqrt{3} - 1) \sin x = \sqrt{2}$$

- b) Place les points images des solutions sur le cercle trigonométrique de rayon $r = 5$ cm.....(0,5pts)

Situation 2 : Complexes et transformations**Partie A : Calculs algébriques et transformations complexes(04pts)**

- 1) Ecris sous forme algébrique :(1,5pts)

$$Z_1 = \frac{3 + 2i}{2 - \sqrt{3} + i} ; Z_2 = \frac{(1 - i)^{12}}{(1 + i)^8} \times \frac{(1 + i)^4}{(1 - i)}$$

- 2) Soit le point T d'affixe respective : $Z_T = 1 - 2i$. Dans chacun des cas suivants, donne l'écriture complexe de la transformation associée :

- a) Homothétie de centre T et de rapport $k = \frac{5}{3}$;(0,5pts)

- b) Rotation de centre T et d'angle $\theta = \frac{3\pi}{4}$;(01pts)

- c) Similitude plane directe de centre T d'angle, $\theta = -\frac{\pi}{3}$ et de rapport $k = 3$ (01pts)

Partie B : Identités trigonométriques et lieux géométriques(03pts)

1) Linéarise les expressions suivantes :(1,5pts)

$$g(\theta) = (\cos \theta)^5 ; f(\theta) = (\sin 2\theta)^5 ; h(\theta) = (\sin \theta)^3 \times \sin(3\theta)$$

2) Ecris sous forme algébrique :(0,5pts)

$$z = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \right)^{2024}$$

3) Déterminer l'ensemble des points M tels que :(01pts)

$$|z - (2 + i)| = 4 ; |z - (2 + i)| = |z + 1|$$

Situation 3 : Polynômes complexes et géométrie plane.....(09pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2 cm.

On considère le polynôme complexe : $P(Z) = -Z^3 + 2iZ^2 - 4(1 + i)Z - 16(1 + i)$

1)a) Démontre que $P(Z) = 0$ admet une solution imaginaire pure Z_0 que l'on précisera. ..(01pts)

b) Démontre qu'on peut écrire $P(Z) = (Z - Z_0)(aZ^2 + bZ + c)$ où a ; b et c sont des nombres complexes à déterminer.(1,5pts)

c) Résous dans $\mathbb{C}$: $P(Z) = 0$ et factorise $P(Z)$(1,5pts)

d) Détermine le module et un argument de chacune des solutions.(1,5pts)

2) On notera Z_A la solution Z_0 , Z_B la solution réelle et Z_C la troisième solution.

a) Place les points A, B et C dans le plan complexe.(0,5pts)

b) calcule : $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$ puis donne la nature du triangle ABC.(01pts)

c) Soit K le milieu de $[BC]$, calcule les coordonnées de K puis détermine le centre de gravité de G de ABC(0,5pts)

d) Détermine le point D pour que : **ABCD soit un parallélogramme**.(0,5pts)

3) On considère la similitude directe (S) de centre A qui transforme B en K.

a) Détermine l'écriture complexe associée à (S).....(0,5pts)

b) Détermine les éléments caractéristiques de(S)(0,5pts)

c) On pose $T\left(1; -\frac{2}{3}\right)$. Trouve T' de T par (S)(0,5pts)

d) on pose $z_{R'} = \sqrt{3} - 1 + i$. Trouve l'antécédent R de R' par (S)(0,5pts)

Bon courage !