

**EXERCICE1/****6points**

A/ Calcule les limites suivantes.

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 5x^2 - 7x + 1}{2 - \sqrt{x^2 + x + 2}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sin 7x \cdot \tan 9x}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt{x^2 + 3x + 1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{(\pi - 2x)^2}$$

B/ On considère la fonction f définie par: $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{|x - 2| - 2}$ 1.a) Détermine l'ensemble de définition D_f de f .

$$b) \text{ Montre que : } \begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{-x} & \text{si } x \in]-\infty; 0[\cup]0; 2] \\ f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 4} & \text{si } x \in]2; 4[\cup]4; +\infty[\end{cases}$$

c) Calcule les limites de f aux bornes de D_f .2. a) Etudie la continuité de f en $x_0 = 2$ b) Montre que f n'est pas dérivable en $x_0 = 2$. Détermine les équations des demi-tangentes à la courbe représentative de f .**EXERCICE2/****4points**

$$1. \text{ On considère la fonction } g \text{ définie par } \begin{cases} g(x) = \frac{x + 2 - \sqrt{12 + x^2}}{3x^2 - 7x + 2} & \text{si } x \neq 2 \\ g(2) = 3m + 2 \end{cases}$$

Détermine m pour que g soit continue en $x_0 = 2$.

$$2. \text{ Soit la fonction } h \text{ définie par : } \begin{cases} h(x) = 2x^2 + ax - 3 & \text{si } x \leq 1 \\ h(x) = \frac{2x + b}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Détermine les réels a et b pour que la fonction h soit continue et dérivable en $x_0 = 1$.

PROBLEME/

10points

On considère l'équation : $f(z) = z^3 + (14 - i\sqrt{2})z^2 + (74 - 14i\sqrt{2})z - 74i\sqrt{2} = 0$

1. Détermine deux nombres réels a et b tels que pour tout nombre complexe z , on ait $f(z) = (z - i\sqrt{2})(z^2 + az + b)$

2. Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $f(z) = 0$

3. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on donne les points A, B, C, D et E d'affixes respectives $Z_A = 1 + i\sqrt{3}$, $Z_B = 1 - i$, $Z_C = 2$, $Z_D = 6 - 4i$ et $Z_E = 4 - 2i$ et $Z_G = -7 + 5i$. Soit F l'image de A par la rotation de centre O et d'angle $\frac{5\pi}{6}$

a) Détermine l'affixe Z_F de F.

b) Détermine le module et un argument de $\frac{Z_F - Z_B}{Z_A - Z_B}$. Déduis-en la nature du triangle BAF.

c) Détermine l'affixe du milieu I du segment $[AF]$.

4. On considère la similitude directe S qui transforme O en E et C en D.

a) Donne l'expression complexe de S (c'est-à-dire, exprime Z' en fonction de Z)

b) Détermine le centre Ω , l'angle θ et le rapport k de la similitude S.

c) Trouve les images des points G et E par la similitude S.

4)a) Donne la nature et les éléments caractéristiques de la transformation T du plan d'écriture complexe : $Z' = \frac{1}{2}(1 + i)Z$

b) Trouve l'écriture analytique de T

c) Détermine l'image par T de la droite (D) : $y = x$

d) On considère (C) le cercle de centre B et de rayon 2. Trouve l'image (C') de (C) par la transformation T.

Faire une figure (construis le triangle BAF, trace les cercles (C) et (C')).