

AE SIKASSO
Lycée public
de Kadiolo

Cours Privés de Mr. SAKO PPESG
Evaluation N° 1

Epreuve de Mathématiques

Série : TS. Exp.

Durée : 2 heures

Exercice 1 : 10 points

Soit dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 - (1+i(2+\sqrt{3}))z - 2(\sqrt{3}-i) = 0$

1. a. Vérifier que $2i$ est une solution de (E).

b. Déterminer l'autre solution de (E).

2. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on note A, B et I les points d'affixes respectives $z_A = 1+i\sqrt{3}$, $z_B = 2i$ et $z_I = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}+2}{2}$.

a. Mettre les nombres complexes z_A et z_B sous forme exponentielle.

b. Vérifier que I est le milieu de [AB].

c. Construire les points A, B et I.

x 3. a) Justifier que la demi-droite (OI) est la bissectrice de l'angle AOB.

b. Vérifier que $(\vec{OA}, \vec{OB}) = \frac{\pi}{6}$ (2π) et que $(\vec{u}, \vec{OI}) = \frac{5\pi}{12}$ (2π).

c. En déduire que $z_I = \sqrt{2+\sqrt{3}} e^{i\frac{5\pi}{12}}$. Donner alors les valeurs exactes de $\cos(\frac{5\pi}{12})$ et $\sin(\frac{5\pi}{12})$.

Exercice 2 : 10 points

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E₁) : $z^2 + (2+i)z + i = 0$

2. On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^3 + (1+i)z^2 - 2z + i = 0$

(E): $z^3 + (1+i)z^2 - 2z - i = 0$.

a. Vérifier que 1 est une solution de (E).

b. Déterminer les nombres complexes a et b tels que :

$$z^3 + (1+i)z^2 - 2z - i = (z-1)(z^2 + az + b).$$

c. En déduire dans $\mathbb{C}$, les solutions de l'équation (E).

3. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormal

direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$, $z_B = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ et $z_C = 1$.

a. Mettre chacun des nombres complexes z_A et z_B sous forme exponentielle.

b. Montrer que les points A et B appartiennent au cercle de centre O et de rayon 1. Construire les points A, B et C dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

A. Soient les points E et F du plan d'affixes respectives $z_E = z_A - 1$ et $z_F = z_B - 1$.

a) Montrer que OEAC et OFBC sont des parallélogrammes.

b. Construire alors E et F.

c. Vérifier que $e^{i\frac{5\pi}{12}} \left(e^{i\frac{7\pi}{12}} + e^{-i\frac{7\pi}{12}} \right) = e^{-i\frac{\pi}{6}} - 1$ et $e^{i\frac{13\pi}{12}} \left(e^{i\frac{\pi}{12}} + e^{-i\frac{\pi}{12}} \right) = e^{i\frac{\pi}{6}} - 1$.

d. Déduire la forme exponentielle de chacune des solutions de l'équation (E).

Bon courage!!!

2/2