
ACADÉMIE D'ENSEIGNEMENT

LYCEE BAARA DE TALIKO2

DE BAMAKO RIVE GAUCHE

MINI COMPOSITION DU MOIS D'AVRIL

ÉPREUVE DE : MATHÉMATIQUES

SÉRIE : TSE_{exp}

DURÉE : 3 H

COEFFICIENT : 3

Exercice1.....5 Points

1. Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 2z + 2 = 0$.
2. En déduis les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation : $(iz + 3 + 3i)^2 - 2(iz + 3 + 3i) + 2 = 0$.
3. Le plan complexe est muni du repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$. On considère les points A, B, C et K d'affixes respectives : $z_A = 1 + i, z_B = 1 - i, z_C = 2 - 2i$ et $z_K = 3$.
 - a. Démontre que le point A appartient au cercle de centre K et de rayon $R = \sqrt{5}$.
 - b. Calcule $\frac{z_C - z_K}{z_A - z_K}$; en déduis la nature exacte du triangle .
 - c. S est la similitude directe du plan de centre O qui transforme A en C .
Détermine le rapport et l'angle de S .
 - d. Détermine l'aire du triangle $A'K'C'$ image du triangle AKC par la similitude S .
4. Linéarise $\sin^4 x$ et en déduis $\int_0^\pi \sin^4 x \, dx$.

Exercice2.....5 Points

- I.** (U_n) est une suite arithmétique définie par $U_3 = 2$ et $U_7 = 14$.
- a. Détermine la raison r de la suite, puis exprime U_n en fonction de n .
 - b. Calcule $S = U_2 + U_3 + \dots + U_{20}$.
- II-1.** Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle $(E) : y'' + \frac{1}{9}y = 0$.
2. a. Trouve la fonction f solution particulière de (E) vérifiant $f(0) = -\sqrt{3}$ et $f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 1$.
 - b. Trouve les réels r et ω strictement positifs et $\varphi \in]-\pi; \pi]$ tel que : $f(x) = r \cos(\omega x + \varphi)$.
 3. Trouve la solution g de (E) vérifiant : $g(0) = 2$ et $g\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0$.
 4. Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f(x) = g(x)$.

Problème.....10 Points

On considère la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x \ln x}{x+1}, \text{ si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (unité graphique : 2cm)

Partie A

On considère la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = x + 1 + \ln x$.

1. Etudie les variations de g , puis dresse son tableau de variations.
2. Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in]0,1; 0,4[$.
3. En déduis le signe de g sur $]0; +\infty[$.

Partie B

1. Etudie la continuité et la dérivabilité de f en $x_0 = 0$ puis interprète graphiquement le résultat.
2. Montre que pour tout x de $]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$.
3. a. Démontre que $f(\alpha) = -\alpha$.
b. Etudie les variations de f puis dresse son tableau de variation.
c. Détermine l'équation de la tangente (T) à (C_f) en $x_0 = 1$.
4. Trace la courbe (T) et (C_f) (On prendra $\alpha = 0,3$)
5. Soit h la restriction de f à l'intervalle $I = [1; +\infty[$.
a. Montre que h admet une bijection réciproque notée h^{-1} , puis dresse son tableau de variations.
b. Construis la courbe $C_{h^{-1}}$ de h^{-1} .