

Exercice 1:

1 Comparer les nombres suivants : $a = \sqrt{3}$, $b = \sqrt[3]{7}$, $c = \sqrt[6]{8}$, $d = \sqrt[4]{9}$.

2 Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{2x+21} - 3}{x-3} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{27x^3+11} + 3x}{x}.$$

3 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$(E_1) : (\sqrt{x} - 4)^7 = 128 \quad ; \quad (E_2) : (\sqrt[11]{x-9} + 2)^5 = 243.$$

Exercice 2:

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+18} - 5}{x-7}, & \text{si } x \neq 7, \\ f(7) = 2k, \end{cases}$$

1 Déterminer la valeur du réel k pour que la fonction f soit continue en $x_0 = 7$.

2 On prend $k = 0$. Étudier la dérivabilité de la fonction f en $x_0 = 7$ à droite, puis interpréter le résultat géométriquement.

Exercice 3:

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x^7 + x^5 + 3x - 4$.

1 Montrer que h est strictement monotone sur $\mathbb{R}$.

- 2
- Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution α telle que $0 < \alpha < 1$.
 - Déterminer un autre encadrement de α d'amplitude 0,25.
 - Montrer que

$$\alpha = \sqrt[5]{\frac{4-3\alpha}{\alpha^2+1}}.$$

3 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (ε) :

$$x^{14} + x^{10} + 3x^2 - 4 = 0.$$

Exercice 4:

Soit f la fonction numérique définie par :

$$f(x) = x - 3 - 2\sqrt{x-4}.$$

1. Déterminer D_f , le domaine de définition de la fonction f .

2. Vérifier que $\forall x \in D_f$:

$$f(x) = (\sqrt{x-4} - 1)^2,$$

puis déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

3. Étudier la continuité de f sur D_f .

4. Étudier la dérivabilité de f à droite en $x_0 = 4$, puis interpréter géométriquement le résultat obtenu.

5. a) Montrer que $\forall x \in]4, +\infty[$:

$$f'(x) = \frac{x-5}{(\sqrt{x-4}+1)\sqrt{x-4}}.$$

b) Dresser le tableau de variations de f sur D_f .

6. Soit g la restriction de f sur l'intervalle $I =]5, +\infty[$.

a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera.

b) Dresser le tableau de variations de g^{-1} sur J .

c) Déterminer l'expression de $g^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$.
