

Contrôle libre 1:

Mathématique

Niveau : 2Bac.Svt et Pc

Année scolaire: 2025 – 2026

Exercice 1 (5 pts)

Calculer les limites suivantes :

$$\begin{aligned}
 & \text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 9x + 8} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{3x+4} - \sqrt{5x+4}}{\sqrt{x+5} - 3} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{4x^2 + 3x - 1} + 2x - 1 \\
 & \text{d) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{x - \pi} \quad \text{e) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \cos x}{x - 2}
 \end{aligned}$$

Exercice 2 : (3.5 pts)On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} h(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} & \text{si } x < 1 \\ h(x) = x + \sqrt{x^2 + 3} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

a) Montrer que h est continue sur chacune des intervalles $]0; +\infty[$ et $]-\infty; 0[$.b) Est-ce que h est continue sur $\mathbb{R}$? (Justifier)Exercice 3 : (3.5 pts)

On considère la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 + c}{x - 2} & \text{si } x < 1 \\ f(x) = \frac{3x^2 - 2ax - b}{x - 1} & \text{si } x > 1 \\ f(1) = 2 \end{cases}$$

Déterminer les réels a ; b et c pour que f soit continue au point d'abscisse $a = 1$ Exercice 4 : (8 pts)Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = x^2 - 2\sqrt{x^2 - 1}$

- 1) Montrer que : $D_f =]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$.
- 2) Montrer que f est paire, puis déduire D_f le domaine d'étude de la fonction f .
- 3) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ puis déduire $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- 4) Montrer que f est continue sur l'intervalle $[1; +\infty[$.
- 5) a) Montrer que : $\forall x > 1 \quad f'(x) = \left(\frac{2x}{\sqrt{x^2 - 1}(\sqrt{x^2 - 1} + 1)} \right) (x^2 - 2)$
 b) En déduire que f est strictement croissante sur l'intervalle $[\sqrt{2}; +\infty[$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[1; \sqrt{2}]$.
 c) Dresser le tableau des variations de f sur D_f .
- 6) Soit g la restriction de f sur l'intervalle $I = [\sqrt{2}; +\infty[$.
 a) Montrer que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie un intervalle J à déterminer.
 b) Montrer que : $\forall x \in [\sqrt{2}; +\infty[\quad g(x) = (\sqrt{x^2 - 1} + 1)^2$
 c) Déduire que : $g^{-1}(x) \quad \forall x \in J$.