

PROBLEME

Partie (I) Soit g une fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = x - 1 - \ln x$

1) Calculer : $g'(x)$ et donner le tableau des variations de g sur $]0;+\infty[$.

2) A partir de tableau de variation déduire que $(\forall x \in]0;+\infty[) \quad g(x) \geq 0$

Partie (II) Soit f une fonction définie sur $[0;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{x}{x - \ln x}$ si $x \neq 0$ et $f(0) = 0$, soit

(C) la courbe représentative de f dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) Montrer que la fonction f est continue à droite au point $x_0 = 0$

2) Etudier la dérivabilité de la fonction f à droite au point $x_0 = 0$ puis donner l'interprétation géométrique de ce résultat

3) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis donner l'interprétation géométrique de ce résultat

4) a) Montrer que : $(\forall x \in [0;+\infty[) \quad f'(x) = \frac{1 - \ln x}{(x - \ln x)^2}$

b) Dresser le tableau des variations de f sur $[0;+\infty[$

5) Montrer que : $(\forall x \in [0;+\infty[) \quad f(x) - x = -\frac{xg(x)}{1 + g(x)}$ déduire que : $(\forall x \in [0;+\infty[) \quad f(x) \leq x$

6) Construire (C) la courbe représentative de f (on prend $f(e) \approx 1,60$; unité 2cm)

Partie (III) Soit (u_n) une suite définie par : $u_0 = \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n dans $\mathbb{N}$

1) Montrer par récurrence $0 \leq u_n \leq 1$ pour tout n dans $\mathbb{N}$

2) Montrer que (u_n) est décroissante puis est convergente (Utiliser question 5 partie II)

3) Calculer la limite de la suite (u_n)

EXERCICE 01

Les questions 1 ; 2 ; 3 et 4 sont indépendantes

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $3(\ln x)^2 - 5 \ln x + 2 = 0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $\ln x - \ln(x-3) \geq \ln 2$

3) Simplifier l'expression suivant : $a = \log_2(16) - \log_3(\sqrt[3]{9})$

4) Soient x et y deux nombres réels dans $]0;+\infty[$, montrer que $\ln\left(\frac{x+y}{2}\right) \geq \frac{1}{2}(\ln x + \ln y)$

EXERCICE 02

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante : $2z + \bar{z} = 6 + i$

2) Montrer que $\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^6 = 1$

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé ; on considère les points A ; B et C d'affixes respectives $a = 7 + 3i$; $b = \frac{9-7i}{2-3i}$ et $c = -5 - 3i$

3) Ecrire le nombre complexe b sous la forme algébrique

4) Déterminer l'affixe du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et z_I l'affixe du point I le milieu du segment $[AB]$

5) Calculer $\frac{a-b}{a-c}$ puis déduire que les points A ; B et C sont alignés

16/01/2023

EXERCICE N° 01 (10,00 pts)

Soit g une fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = 2x^2 + 1 - \ln x$

1) Calculer $g'(x)$ et donner le tableau des variations de g sur $]0;+\infty[$.

2) A partir de tableau de variation déduire que $(\forall x \in]0;+\infty[) \quad g(x) > 0$

II) Soit f une fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = 2x - 2 + \frac{\ln x}{x}$, soit (C) la courbe de f dans

le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (unité 1cm)

1) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ puis donner une interprétation géométrique de ce résultat

2) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis montrer que de la courbe (C) admet au voisinage de $+\infty$ une asymptote oblique (D) d'équation $y = 2x - 2$

b) Montrer que la courbe (C) est située au-dessus de la droite (D) sur $[1;+\infty[$ et en dessous de la droite (D) sur $]0;1]$.

3) a) Montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ pour x tout dans $]0;+\infty[$

b) Dresser le tableau des variations de f sur $]0;+\infty[$

4) a) Montrer que $f''(x) = \frac{2\ln x - 3}{x^3}$ pour x tout dans $]0;+\infty[$

b) Etudier la concavité de la courbe (C) et déterminer son point d'inflexion sur $]0;+\infty[$

5) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α sur $]0;+\infty[$

6) Construire (C) la courbe représentative de f et la droite (D) (On donne $\alpha = 1$)

EXERCICE N° 02 (05,75 pts)

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$; on considère les points A ; B et C

d'affixes respectives $z_A = (1-i)(3+2i)$; $z_B = \frac{13-21i}{1-2i}$ et $z_C = 2-2i$

1) Ecrire le nombre complexe z_C sous la forme trigonométrique puis montrer que $(z_C)^{300} \in \mathbb{R}$

2) Montrer que $z_A = 5-i$ et $z_B = 11+i$

3) Déterminer l'abscisse du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et z_I l'abscisse du point I le milieu du segment $[AB]$

4) Calculer la distance AC

5) Calculer $\frac{z_A - z_B}{z_A - z_C}$ puis déduire que les points A ; B et C sont alignés

EXERCICE N° 03 (04,25 pts)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $\ln(x^2 + 5) = \ln(x+2) + \ln(2x)$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante $\ln(3x-2) \geq \ln 2 + \ln x$

3) Simplifier l'expression suivant : $a = \log_3(9\sqrt{3}) - \log_3\left(\frac{27}{\sqrt[3]{3}}\right)$

4) Calculer la fonction dérivée des fonctions : $h(x) = 1 + (2x-1)\ln x$ et $k(x) = \frac{x - \ln x}{x+2}$

5) Calculer les limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - \ln x}{x + \ln x}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$

BONNE CHANCE

EXERCICE N° 01 (11,50pts)

I) Soit g une fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = 3 + \frac{1}{x} + \ln x$

1) Calculer $g'(x)$ et donner le tableau des variations de g sur $]0; +\infty[$.

2) A partir de tableau de variation déduire que $(\forall x \in]0; +\infty[) \quad g(x) > 0$

II) Soit f une fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = 2x - 2 + (x+1)\ln x$, soit (C) la courbe de f dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (unité 1cm)

1) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ puis donner une interprétation géométrique de ce résultat

2) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis déduire la branche infinie de (C) au voisinage de $+\infty$

3) a) Montrer que $f'(x) = g(x)$ pour x tout dans $]0; +\infty[$

b) Dresser le tableau des variations de f sur $]0; +\infty[$

c) Calculer $f(1)$ puis déduire le signe de f sur $]0; +\infty[$

4) Etudier la concavité de la courbe (C) et déterminer son point d'inflexion sur $]0; +\infty[$

5) a) Construire (C) la courbe représentative de f

b) Résoudre graphiquement dans l'intervalle $]0; +\infty[$ l'inéquation $(x+1)\ln x \geq 2 - 2x$

6) Soit F une fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $F(x) = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 1 + \left(\frac{1}{2}x^2 + x\right)\ln x$

a) Montrer que F est une fonction primitive de la fonction f sur $]0; +\infty[$

b) Dresser le tableau de variation de la fonction F sur $]0; +\infty[$

EXERCICE N° 02 (04,00 pts)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $\ln(2x-3) = \ln(x-1)$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante $\ln(x-5) \leq \ln 3$

3) Ecrire en fonction de $\ln 3$ l'expression suivant $a = \ln(27) - \ln(\sqrt{3}) + \ln\left(\frac{1}{9}\right)$

4) Calculer les limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \ln x}{x - \ln x}$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} x + \frac{1}{x} + \ln x$

EXERCICE N° 03 (04,50 pts)

1) On considère les nombres complexes : $z_1 = (5+2i)(2+i)$; $z_2 = \frac{3+2i}{1-2i}$ et $z_3 = -3+i\sqrt{3}$

a) Ecrire les nombres complexes z_1 et z_2 sous la forme algébrique.

b) Ecrire le nombre complexe z_3 sous la forme trigonométrique.

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$; on considère les points A ; B et C d'affixes respectives $a = 1+5i$; $b = -1+i$ et $c = 2+7i$

2) Déterminer l'affixe du vecteur $\overrightarrow{AC}$ et calculer la distance AB

4) Calculer $\frac{c-a}{c-b}$ puis déduire que les points A ; B et C sont alignés

BONNE CHANCE

EXERCICE N°01

1) Déterminer les fonctions primitives de la fonction f sur I dans chacun des cas suivantes :

a) $f(x) = 4x - \sqrt[3]{x}$; $I =]0; +\infty[$; b) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4x^2 + 1}}$; $I = \mathbb{R}$; c) $f(x) = \frac{1}{x} (2 + \ln x)^3$; $I =]0; +\infty[$

2) Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R} - \{-1\}$ par : $g(x) = \frac{2(x^2 + 1)}{x + 1}$

a) Déterminer les nombres réels a ; b et c sachant que $g(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1}$

b) Déterminer G une fonction primitive de g sur $\mathbb{R} - \{-1\}$ telle que $G(0) = 2$

EXERCICE N°02

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ ce qui suit : $2 \ln(3x - 1) - 1 \leq 0$ et $2 \ln^2 x + \ln x - 1 = 0$

2) Déterminer domaine de définition et calculer $f'(x)$ des fonctions suivantes :

$f(x) = \frac{1}{x - 2} + \frac{2x}{\ln x}$ et $f(x) = \sqrt{x - 1} + \ln|x - 2|$

3) Calculer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\ln x} - 3x$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{5x + \ln x}$ et $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{3x - 3}$

4) Simplifier les expressions suivantes : $A = \ln \frac{1}{5} + \ln 25 - \ln \sqrt[3]{5}$; $B = \ln(\sqrt{e + 4} - 2)^{2026} + \ln(\sqrt{e + 4} + 2)^{2025}$

EXERCICE N°03

Soit f une fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = 2x - 2 + (x + 1) \ln x$

1) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ puis donner une interprétation géométrique de ce résultat

2) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis déduire la branche infinie de (C) au voisinage de $+\infty$

3) Soit g une fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = 3 + \frac{1}{x} + \ln x$

a) Calculer $g(1)$

b) A partir du tableau de variations de la fonction g ci-contre : déterminer le signe de la fonction g sur $]0; +\infty[$

4) a) Montrer que $f'(x) = g(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$

b) Dresser le tableau de variations de f sur $]0; +\infty[$

c) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1

5) Montrer que $I(1; 0)$ est le point d'inflexion de la courbe (C_f)

6) Soit h la restriction de f sur l'intervalle $I = [1; +\infty[$

a) Montrer que h admet une fonction réciproque h^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer.

b) Dresser le tableau de variations de h^{-1} sur l'intervalle J

c) Montrer que h^{-1} est dérivable en $3e - 1$ puis calculer $(h^{-1})'(3e - 1)$ (On donne $h(e) = 3e - 1$)

7) a) Tracer les courbes (C_f) et $(C_{h^{-1}})$ dans même repère

b) graphiquement : déterminer la limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{h^{-1}(x)}{x}$ et Résoudre l'inéquation $\ln x \leq \frac{2 - 2x}{1 + x}$

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	$g(1)$	$+\infty$

DEVOIR SURVEILLE N°03 – SEMESTRE 1**ANNEE SCOLAIRE 2024 /2025****DUREE 02H00****Pr : ABDELLAH ELAABASSI****Classe : 2BACSP-F****Var – A-****LE 10/01/2025****BA****Exercice 01 (les questions indépendantes) (6,25pts)**1) Résoudre dans IR l'équation $(\ln x)^2 - \ln x - 2 = 0$ et l'inéquation $\ln x + \ln(x+1) \leq \ln(x^2 + 1)$ 2) Calculer les limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x + \ln x}$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \ln\left(\frac{2x+1}{x+1}\right)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ 3) Simplifier l'expression $A = \frac{2}{5} \ln(17 - 6\sqrt{8}) + 4 \ln \sqrt[5]{3 + \sqrt{8}}$ 4) Soient a et b deux nombres dans $]0; +\infty[$, montrer que $(a+b) \ln(a+b) \geq a \ln a + b \ln b$ **Exercice 02 (10,75pts)**Soit f une fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = x + \frac{1}{2}(\ln x - 1)^2$ 1) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ puis donner une interprétation géométrique de ce résultat2) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x - 1)^2}{x} = 0$ (On peut poser $t = \sqrt{x}$)b) Montrer que la courbe (C_f) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction la droite (Δ) d'équation $y = x$ c) Montrer que la courbe (C_f) située au-dessus de la droite (Δ) sur $]0; +\infty[$ 3) Soit g une fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = x - 1 + \ln x$ a) Calculer $g(1)$ b) A partir du tableau de variations de la fonction g ci-contre déterminer le signe de la fonction g sur $]0; +\infty[$ 4) a) Montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ pour tout $x \in]0; +\infty[$ b) Dresser le tableau de variations de f sur $]0; +\infty[$ 5) a) Montrer que $f''(x) = \frac{2 - \ln x}{x^2}$ pour tout $x \in]0; +\infty[$ b) Etudier la concavité de la courbe (C_f) on déterminera son point d'inflexion.6) Soit h la restriction de f sur l'intervalle $I = [1; +\infty[$ a) Montrer que h admet une fonction réciproque h^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer.b) Montrer que h^{-1} est dérivable en e puis montrer que $(h^{-1})'(e) = 1$ (On donne $h(e) = e$)7) a) Tracer les courbes (C_f) ; $(C_{h^{-1}})$ et la droite (Δ) dans même repèreb) Déterminer graphiquement sur l'intervalle $]0; +\infty[$ le nombre des solutions de l'équation $(\ln x - 1)^2 = 4 - 2x$ **Exercice 03 (3pts)**Déterminer les primitives de la fonction f dans chaque cas :

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 6}}$$

$$f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x} - 2$$

$$f(x) = \frac{2x}{(x^2 + 4)^5}$$

Fin du sujet

DEVOIR SURVEILLE N°03 – SEMESTRE 1

ANNEE SCOLAIRE 2024 /2025

DUREE 02H00

Pr : ABDELLAH ELAABASSI

Classe : 2BACSP-F

Var – B-

LE 10/01/2025

Exercice 01 (les questions indépendantes) (6,25pts)

1) Résoudre dans IR l'équation $\ln(x^2 + 5) = \ln(2x) + \ln(x + 2)$ et l'inéquation $(2\ln x - 1)\ln x \leq 0$

2) Calculer les limites $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{3 - \ln x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left(\frac{x+2}{x+1} \right)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x - \ln x$

3) Simplifier l'expression $A = 2\ln(2 - \sqrt{3}) + \ln(7 + 4\sqrt{3})$

4) Soient a et b deux nombres dans $]0; +\infty[$, montrer que $(a + b)\ln(a + b) \geq a\ln a + b\ln b$

Exercice 02 (10,75pts)

Soit f une fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \ln x - \frac{\ln x}{x}$

1) Montrer que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ puis donner une interprétation géométrique de ce résultat

2) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis montrer que la courbe (C_f) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction l'axe des abscisses.

b) Déterminer les points d'intersection de la courbe (C_f) et l'axe des abscisses

3) Soit g une fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{\ln x}{x^2}$,

a) Montrer que $f'(x) = g(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$

b) Calculer $f'(1)$ puis interpréter le résultat graphiquement

4) En exploitant le tableau de variation ci-dessous, de la fonction g sur $]0; +\infty[$

(On donne $\alpha \approx 1,8$ et $g(\alpha) \approx 0,43$)

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	$g(\alpha)$	0

a) Prouver que f est croissante sur $[1; +\infty[$ et décroissante sur $]0; 1]$

b) Dresser le tableau de variations de f sur $]0; +\infty[$

c) Etudier le signe de $f''(x)$ sur $]0; +\infty[$ puis déduire la concavité de la courbe (C_f) en précisant l'abscisse de point d'inflexion.

6) Soit h la restriction de f sur l'intervalle $I =]0; 1]$

a) Montrer que h admet une fonction réciproque h^{-1} définie sur J à déterminer.

b) Montrer que h^{-1} est dérivable en $e - 1$ puis calculer $(h^{-1})'(e - 1)$ (On donne

$h(e^{-1}) = e - 1$)

7) Tracer les courbes (C_f) et $(C_{h^{-1}})$ dans même repère

8) Montrer que la fonction $F(x) = x \ln x - \frac{1}{2}(\ln x)^2 - x$ est une primitive de f sur $]0; +\infty[$

Exercice 03

Déterminer les primitives de la fonction f dans chaque cas :

$f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x+9}}$	$f(x) = \frac{1}{x(\ln x + 2)^5}$	$f(x) = \sqrt[3]{x}$
--------------------------------------	-----------------------------------	----------------------

Fin du sujet



DEVOIR SURVEILLE N°03 – SEMESTRE 1

ANNEE SCOLAIRE 2024 / 2025

DUREE 02H00

Pr : ABDELLAH ELAABASSI

Classe : 2BACSP-F

Var – B-

LE 10/01/2025

BA

Exercice 01 (les questions indépendantes)

(6,25pts)

1) Résoudre dans IR l'équation $\ln(x^2 + 5) = \ln(2x) + \ln(x + 2)$ et l'inéquation $(2\ln x - 1)\ln x \leq 0$

2) Calculer les limites $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{3 - \ln x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x - \ln x$

3) Simplifier l'expression $A = 2\ln(2 - \sqrt{3}) + \ln(7 + 4\sqrt{3})$

4) Soient a et b deux nombres dans $]0; +\infty[$, montrer que $(a + b)\ln(a + b) \geq a\ln a + b\ln b$

Exercice 02

(10,75pts)

Soit f une fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \ln x - \frac{\ln x}{x}$

1) Montrer que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ puis donner une interprétation géométrique de ce résultat

2) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis montrer que la courbe (C_f) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction l'axe des abscisses.

b) Déterminer les points d'intersection de la courbe (C_f) et l'axe des abscisses

3) Soit g une fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{\ln x}{x^2}$,

a) Montrer que $f'(x) = g(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$

b) Calculer $f'(1)$ puis interpréter le résultat graphiquement

4) En exploitant le tableau de variation ci-dessous, de la fonction g sur $]0; +\infty[$

(On donne $\alpha \approx 1,8$ et $g(\alpha) \approx 0,43$)

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	$g(\alpha)$	0

a) Prouver que f est croissante sur $[1; +\infty[$ et décroissante sur $]0; 1]$

b) Dresser le tableau de variations de f sur $]0; +\infty[$

c) Etudier le signe de $f''(x)$ sur $]0; +\infty[$ puis déduire la concavité de la courbe (C_f) en précisant l'abscisse de point d'inflexion.

6) Soit h la restriction de f sur l'intervalle $I =]0; 1]$

a) Montrer que h admet une fonction réciproque h^{-1} définie sur J à déterminer.

b) Montrer que h^{-1} est dérivable en $e - 1$ puis calculer $(h^{-1})'(e - 1)$ (On donne $h(e^{-1}) = e - 1$)

7) Tracer les courbes (C_f) et $(C_{h^{-1}})$ dans même repère

8) Montrer que la fonction $F(x) = x \ln x - \frac{1}{2}(\ln x)^2 - x$ est une primitive de f sur $]0; +\infty[$

Exercice 03

Déterminer les primitives de la fonction f dans chaque cas :

$$f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x+9}}$$

$$f(x) = \frac{1}{x(\ln x + 2)^5}$$

$$f(x) = \sqrt[3]{x}$$

Fin du sujet

EXERCICE 01 (11 pts)

Partie (I) Soit g une fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = 3 - \frac{2}{x} + 4 \ln x$

- 1) Calculer : $g'(x)$ et donner le tableau des variations de g sur $]0; +\infty[$.
- 2) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$
- 3) A partir de tableau de variation déterminer le signe de g sur $]0; +\infty[$

Partie (II) Soit f une fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = 1 - x + (4x - 2) \ln x$, soit (C) la courbe représentative de f dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1) Calculer : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ puis interpréter géométriquement le résultat obtenu.
- 2) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis déduire la branche infinie de (C) au voisinage de $(+\infty)$
- 3) a) Montrer que : $(\forall x \in]0; +\infty[) f'(x) = g(x)$
b) Montrer que $f(\alpha) = \frac{9}{2} - 4\alpha - \frac{1}{\alpha}$
c) Dresser le tableau des variations de f sur $]0; +\infty[$
- 4) Montrer que : $(\forall x \in]0; +\infty[) f(x) - x = (2x - 1)(2 \ln x - 1)$, en déduire la position relative de (C) et (Δ) sur $]0; +\infty[$
- 5) Construire (C) la courbe représentative de f et la droite (Δ) .

Partie (III) Soit (u_n) une suite définie par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n dans $\mathbb{N}$

- 1) Montrer par récurrence $\frac{1}{2} \leq u_n \leq \sqrt{e}$ pour tout n dans $\mathbb{N}$
- 2) Montrer que (u_n) est croissante puis elle est convergente
- 3) Calculer la limite de la suite (u_n)

EXERCICE 02 (7 pts)

- 1) Ecrire en fonction de $\ln 2$ et $\ln 3$ l'expression suivante : $A = \ln 27 + \ln 32 - \ln \sqrt{8}$
- 2) Simplifier l'expression suivante : $A = \log_2(\sqrt[3]{2}) + \log_2(8) - \log_3(9)$
- 3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $\ln \sqrt{2x-1} - \frac{1}{2} \ln(x) = 0$; $3 \ln^2 x + 2 \ln x - 5 = 0$
- 4) Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f dans chacun des cas suivantes :
 $f(x) = (3x+7) \ln x$; $f(x) = \frac{2x}{1 + \ln x}$
- 5) Calculer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2 + x + 2)}{x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \ln x}{x - 5 \ln x}$

EXERCICE 03 (2 pts)

- 1) Donner la forme algébrique des nombres complexes $u = (5 - 2i)(7 + i)$ et $v = \frac{1-i}{2-i}$
- 2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation d'inconnue z : $z - 3\bar{z} + 2 = 7 - 2i$