

Exercice 1

1) on considère f définie par

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}} & \text{si } x > 0 \neq 1 \\ f(1) = 0 \end{cases}$$

Montrer que f est continue en 1

2) soit f définie par:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x-1}{x^2+x-2} & \text{si } x \neq -2 \text{ et } x \neq 1 \\ f(1) = a \quad (a \in \mathbb{R}) \end{cases}$$

Déterminer a pour que f soit continue en 1

Exercice 2

Soit f définie sur $[0; +\infty[$ par
 $f(x) = x - 4\sqrt{x} + 3$

1) calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2) on considère la fonction g définie par $[0; +\infty[$ par:

$$g(x) = f(x) - x^2$$

a) vérifier $f(x) = x^2 \Leftrightarrow g(x) = 0$

b) Montrer que $f(x) = x^2$ admet une solution unique $\alpha \in]0; 1[$

3) soit g la restriction de f sur $[4; +\infty[$

a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} sur un intervalle J à déterminer

b) Déterminer $g^{-1}(x)$ pour $x \in J$

Exercice 3

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par:

$$f(x) = x^3 + 3x - 2$$

1 - Montrer que $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in [0; +\infty[$ et que $\alpha \in]0; 1[$

2 - En déduire le signe de $f(x)$ sur $] -\infty, \alpha]$ et $[\alpha; +\infty[$

3 - Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} sur un intervalle J à préciser

4) calculer $f^{-1}(2)$

Exercice 5

1) Soit $f(x) = \sqrt{x-1}$ sur $[1; +\infty[$

a) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur $[0; +\infty[$

b) Déterminer $f^{-1}(x) \forall x \geq 0$

2) Simplifier:

$$A = \frac{\sqrt[4]{9} \times \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{81} \times \sqrt{\sqrt{3}}}$$

$$B = \frac{\sqrt[3]{4} \times \sqrt{8} \times (\sqrt{\sqrt{2}})^2}{\sqrt[3]{4}}$$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$$(2x-3)^4 = 16 ; x\sqrt{x} = 2$$

$$(x-4)^3 = -1$$