

Exercice 1 :

1. Soit f la fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{9+x}-3}{x^2+x} & ; x \neq 0 \\ f(0) = \frac{1}{6} \end{cases}$$

Montrer que f continue au point $x_0 = 0$.

2. Simplifier le nombre suivant : $A = \frac{\sqrt[3]{2^5}}{\sqrt{\sqrt{4^{-5}}}} \times \sqrt[12]{\frac{2^{-8}}{4^3}}$
3. Calculer les limites suivants : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+2} - \sqrt[3]{2}}{x} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[4]{x} - \sqrt{x}}{\sqrt[4]{x} + \sqrt{x}}$ (indication tu peux poser $t = \sqrt[4]{x}$).
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et les inéquations suivantes :
- $(E_1): \sqrt[3]{x^2+4} = 2 \quad (I_2): (x+1)^5 \leq 32$

Exercice2 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + x - 1$.

- Etudier les variations de f sur $\mathbb{R}$
- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $[0;1]$
- Donner un encadrement de α à 0.25 près
- Vérifier que $\alpha = \sqrt[3]{1-\alpha}$.
- Déduire le signe de f sur $\mathbb{R}$

Exercice3 :

On considère la fonction f définie sur $[2; +\infty[$ par $f(x) = x + 1 + \sqrt{x-2}$.
et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormée.

- Montrer que f continue sur $[2; +\infty[$
- Etudier la dérivabilité à droite du point 2 ; puis interpréter géométriquement le résultat.
- a- calculer $f'(x)$ pour tout $x \in]2; +\infty[$.
b- vérifier que f strictement croissante sur $[2; +\infty[$
- Déterminer l'équation de la droite tangente de (C_f) au point $x_0 = 3$.
- Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer
- Donner le tableau de variation de f^{-1}
- Montrer que f^{-1} dérivable en 5 et calculer $(f^{-1})'(5)$
- a-Vérifier que $(\forall x \in [2; +\infty[) ; f(x) = \left(\sqrt{x-2} + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{4}$
b-Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout x de J .

Exercice4:

Soit f une fonction continue sur $[a; b]$ telle que $f(a) < ab$ et $f(b) > ab$.

Montrer que l'équation $f(x) = bx$ admet au moins solution α dans $[a; b]$