

Exercice1:

- I. 1. a- Vérifier que $\forall x \in \mathbb{R} : \frac{1}{e^{2x} + e^x} = \frac{1}{e^x} - \frac{1}{1 + e^x}$.
- b- Montrer que la fonction $H : x \mapsto x - \ln(e^x + 1)$ est une primitive de $h : x \mapsto \frac{1}{e^x + 1}$ sur $\mathbb{R}$.
- c- Dédire que $\int_0^{\ln 2} \frac{1}{e^{2x} + e^x} dx = \frac{1}{2} + \ln(3)$
- II. 1- Résoudre l'équation différentielle suivante (E) : $y'' + 16y' + 64y = 0$
- 2- Déterminer la fonction f solution de (E) tel que $f(0) = -1$ et $f'(0) = 10$
- 3- Dédire une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
- 4- En déduire que $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx = \frac{-e^{-4} - 3}{32}$ on donne $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ et $f'\left(\frac{1}{2}\right) = 2e^{-4}$
- III. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ($\|\vec{i}\| = 1\text{cm}$).
1. En utilisant intégration par parties calculé $\int_1^{e^2} \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} dx$.
2. Dédire en cm^2 l'aire du domaine délimité par (C_f) et la droite (D) d'équation $y = -x$ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e^2$.
3. Calculer le volume du solide engendré par la rotation de la courbe (C_f) de f un tour complet autour de l'axe des abscisses sur $I = [1; e^2]$.

Exercice2: SN2023 l'espace et rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On considère les points $A(0, 1, 4)$, $B(2, 1, 2)$ et $C(2, 5, 0)$ et $\Omega(3, 4, 4)$

- Montrer que $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = 4(2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k})$.
- Calculer l'aire du triangle ABC et la distance $d(B; (AC))$
- Soit D le milieu du segment $[AC]$.
 - Vérifier que $\vec{D\Omega} = \frac{1}{4}(\vec{AB} \wedge \vec{AC})$.
 - Dédire que $d(\Omega; (ABC)) = 3$.
- Soit (S) l'ensemble des points $M(x, y, z)$ tel que $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 8y - 8z + 32 = 0$
 - Montrer que (S) est une sphère de centre Ω et de rayon R à déterminer
 - Montrer le plan (ABC) est tangente à (S) en un point à déterminer
- Soient (Q) et (P) les deux plans parallèles à (ABC) tels que chacun d'eux coupe (S) suivant une cercle de rayon $\sqrt{5}$. Déterminer équation de (Q) et (P)

Exercice3: SR2024

l'espace et rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On considère les points $A(1, 1, 0)$, $\Omega(-1, 1, -2)$ et le plan d'équation $(P) : x + z - 1 = 0$

- Vérifier que $A \in (P)$ et que (ΩA) orthogonal à (P)
- Soit (S) l'ensemble des points $M(x, y, z)$ tel que $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 4z - 3 = 0$
 - Montrer que (S) est une sphère de centre Ω et de rayon R à déterminer.
 - Montrer le plan (P) coupe (S) suivant un cercle De centre A et de rayon a à déterminer
- Soit (Q_m) le plan d'équation cartésienne $(Q_m) : x + y + mz - 2 = 0$ ou $m \in (\mathbb{R})$
 - Vérifier que $A \in (Q_m)$ pour tout $m \in (\mathbb{R})$.
 - Déterminer pour que (Q_m) perpendiculaire à (P)
 - Existe-t-il un plan (Q_m) qui coupe la sphère (S) selon un cercle de centre A ? justifier.