

Classe :	2Bac.PC	Devoir surveillé N° 1	Lycée :	ALQUDS TANTAN
Année scolaire	2025/2026	1 ^{ère} Semestre	Durée :	2 Heures

10 pts Exercice 1 :

1. Etudier la continuité de la fonction f en a dans chacun des cas suivants :

$$2pts \quad \left\{ \begin{array}{l} f(x) = \frac{3x^2 - x - 4}{x+1} \quad x \neq -1 \\ f(-1) = -7 \end{array} \right. \quad a = -1 \quad \left\{ \begin{array}{l} f(x) = \frac{\sqrt{4 + \sin(2x)} - 2}{x} \quad x \neq 0 \\ f(0) = \frac{1}{2} \end{array} \right. \quad a = 0$$

1,5pts 2. Montrer que l'équation $x + \sqrt[3]{x} - 7 = 0$ admet une solution unique α tel que $\alpha \in]5, 6[$

2pts 3. Déterminer l'image de l'intervalle $[0, \frac{\pi}{2}]$ par la fonction $g : x \rightarrow (\cos(x) - 2x)^5$

1pt 4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sqrt[4]{3x-2} = 2$

2pt 5. Comparer $\sqrt{4\sqrt{3}}$ et $\sqrt[3]{3\sqrt[3]{4}}$ puis montrer que $\frac{\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{3\sqrt[3]{2}} \cdot \sqrt[6]{128}}{\sqrt[3]{2}} \in \mathbb{N}$

1,5pt 6. Calculer les limites

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x-1} - 1}{x-2} \quad \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[4]{3x^2 - 5x + 7}$$

10 pts Exercice 2 :

On considère la fonction f définie sur $[1, +\infty[$ par : $f(x) = x + 2 + 2\sqrt{x-1}$

0,5pt 1. Montrer que $\forall x \in [1, +\infty[\quad f(x) = 2 + (1 + \sqrt{x-1})^2$

1,5pt 2. Etudier la dérivabilité de la fonction f à droite en 1 puis Interpréter graphiquement le résultat.

1,5pt 3. Calculer f' puis en déduire que f est strictement croissante sur $[1, +\infty[$

1,5pt 4. Montrer que f admet une fonction réciproque définie sur un intervalle à déterminer

1,5pt 5. Déterminer f^{-1}

1,5pt 6. Calculer $f(2)$ puis en déduire que f^{-1} est dérivable en 6 et calculer $(f^{-1})'(6)$

1pt 7. En déduire l'équation de la tangente à la courbe de la fonction f^{-1} en point d'abscisse 6

1pt 8. Montrer que l'équation $f^{-1}(x) = f(x)$ n'admet pas une solution dans $[3, +\infty[$