



République du Sénégal

Un Peuple-Un But-Une Foi

Ministère de l'Education nationale



INSPECTION D'ACADEMIE DE THIES

Cellule Mixte de Mathématique de Jules SAGNA

TS2

Durée 4h

2024 / 2025

Evaluation Standardisée N°01 du premier semestre

Exercice 1 : (4,5 points)

Pour chacun des énoncés suivants trois réponses sont proposées et une seule est exacte.

Pour chaque énoncé, donner le numéro et la réponse exacte correspondante. Aucune justification n'est demandée.

Chaque bonne réponse est notée 0,75 point.

N°	Enoncés	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Une primitive de la fonction $f(x) = 2x(x^2 + 7)^4$ est :	$F(x) = \frac{1}{5}x(x^2 + 7)^5$	$F(x) = \frac{3}{2}(x^2 + 7)^4$	$F(x) = \frac{1}{5}(x^2 + 7)^5$
2	La $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2}$ est égale à :	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$
3	La dérivée de la fonction $f(x) = \cos x \times \sin 2x$	$2\sin x \times \cos 2x$	$\sin x \times \sin 2x + 2\cos x \times \cos 2x$	$\cos x \times \cos 2x + \sin x \times \sin 2x$
4	Si $f(1) = -7$ et $f'(1) = \frac{2}{3}$, alors $(f^{-1})'(-7)$ est égale	$\frac{3}{2}$	$-\frac{7}{2}$	$-\frac{2}{3}$
5	Une primitive de la fonction $f(x) = \cos x (\sin x)^3$	$-\frac{1}{3}(\sin x)^3$	$\frac{1}{4}(\sin x)^4$	$-\frac{1}{4}\sin x (\cos x)^4$
6	Si $(D): y = -5x + 3$ est asymptote oblique à (Cf) en $+\infty$ alors :	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 3$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -5$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - 3x = 5$

Exercice 2 : (2 points)

- Déterminer une primitive de la fonction f définie par $f(x) = \frac{2}{\sqrt{3x+1}}$. (0.5 pt)
- On donne la fonction $h(x) = \frac{2x^3+5x^2+4x-2}{(x+1)^2}$
 - Déterminer les réels a, b, c et d tels : $h(x) = ax + b + \frac{cx+d}{(x+1)^2}$ (0.5 pt)
 - En déduire la primitive H de h qui s'annule en 0. (1 pt)

Exercice 3 : (3 points)

Soit g la fonction définie sur $\left[-\frac{1}{3}; +\infty\right[$ par $g(t) = \sqrt{3t+1}$.

- Etudier la dérivabilité de g sur $\left[-\frac{1}{3}; +\infty\right[$ (0.25 pt)
- Calculer $g'(t)$ pour tout $t \in \left]-\frac{1}{3}; +\infty\right[$ (0.25 pt)
- Montrer que $\forall t \in [0; 1], \frac{3}{4} \leq g'(t) \leq \frac{3}{2}$ (0.5 pt)

4) En appliquant le théorème des inégalités des accroissements finis, montrer que :

$$\forall x \in [0; 1], \quad \frac{3}{4}x + 1 \leq g(x) \leq \frac{3}{2}x + 1 \quad (1 \text{ pt})$$

PROBLEME : (10,5 points)

Partie A : (2 ;5 points)

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 + 3x - 10$

- 1) Dresser le tableau de variation de g . (1 pt)
- 2) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$ et que $\alpha \in [1; 2]$ (1 pt)
- 3) En déduire le signe de $g(x)$ sur $]-\infty; 1]$ (0.5 pt)

Partie B : (8 points)

On considère la fonction f définie par :
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 2x^2 + 3}{x^2 + 1} & \text{si } x < 1 \\ x - 1 + \frac{2}{\sqrt{x+3}} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

On note C_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal d'unité 1 cm.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f . (0,25 pt)
2. Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition (0.5 pt)
3. a. sur $]-\infty; 1]$, déterminer les réels a, b, c et d tels que : $f(x) = ax + b + \frac{cx+d}{x^2+1}$ (0,25 pt)
 - b. en déduire que la droite $(D): y = x - 2$ est asymptote oblique à (C_f) (0,25 pt)
 - c. Etudier la position relative de (C_f) par rapport à (D) . (0,25 pt)
4. a. Montrer que (C_f) admet une asymptote oblique (D') en $+\infty$. (0,25 pt)
 - b. Etudier la position relative de (C_f) par rapport à (D') . (0,25 pt)
5. Etudier la continuité de f en 1. (0,5 pts)
6. Etudier la dérivabilité de f en 1 puis Interpréter graphiquement les résultats obtenus. (1,5 pt)
7. Montrer que $\forall x \in]-\infty; 1[; f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2+1)^2}$. En déduire son signe. (0,5 pt)
8. a. Calculer la dérivée $f'(x)$ sur $]1; +\infty[$. (0,25 pt)
 - b. Montrer que $\forall x \in]1; +\infty[: (x+3)\sqrt{x+3} > 1$ (0,25 pt)
 - c. En déduire le signe de $f'(x)$ sur $]1; +\infty[$ (0,25 pt)
9. Dresser le tableau de variation de f . (0,75 pt)
10. Tracer C_f la courbe de f dans le repère. (1,25pt)
11. Soit h la restriction de f à l'intervalle $]-\infty; 0[$
 - a. Justifier que h réalise une bijection de $]-\infty; 0[$ vers un intervalle J que l'on déterminera. (0,25 pt)
 - b. La fonction h^{-1} est-elle dérivable sur J . justifier. (0,25 pt)
 - c. Calculer $h(-1)$ puis calculer $(h^{-1})'(0)$. (0,5 pt)
 - d. Dresser le tableau de variation de h^{-1} puis tracer la courbe $C_{g^{-1}}$ dans le repère précédent. (0,75 pt)

