

EXERCICE 1**SITUATION PROBLÈME (08 pts)**

Un projet de construction d'une nouvelle route reliant deux quartiers de votre ville est en cours. Les ingénieurs ont déterminé que cette route passera par une partie du terrain de ton père qui a été informé et a reçu des documents contenant la fonction numérique modélisant la route à tracer. Cette fonction f est définie par $f(x) = a - (x + b)^2 e^{cx+2}$ où $x \geq 0$ représente la distance en kilomètres depuis un point de référence que ton papa connais bien, les paramètres réels a et b sont donnés par l'équation : $(E_1) : a(3 + i) - 3i(b - i) = 12 + 5i$ avec i le nombre complexe imaginaire tel que $i^2 = -1$ et le paramètre réel c est donné par l'équation $(E_2) : \ln(-2c + 1) - \ln(c + 4) = 0$.

Par ailleurs, une étude a été menée sur les terrains que traversera cette route pour estimer les risques d'érosion après la construction. 70% des terrains traversés par la route sont exposés à l'érosion. Parmi ces terrains à risque, 60% nécessiteront des travaux de stabilisation supplémentaires. Parmi les terrains non exposés à l'instabilité, seuls 20% nécessiteront des travaux de stabilisation supplémentaires. On considère 10 terrains de la localité et on note X le nombre de terrains qui devront subir des travaux de stabilisation supplémentaires.

Avant la réalisation des travaux, ton père te sollicite pour les deux préoccupations suivantes :

Consigne 1 : Représenter graphiquement l'allure de la route à tracer.

Consigne 2 : Déterminer la probabilité que 3 des 10 terrains considérés nécessitent des aménagements supplémentaires.

Grille de notation :

	critères	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consignes					
Consigne 1		2 pts	1,5 pt	1 pt	0,5 pt
Consigne 2		1,5pt	0,75 pt	0,5 pt	0,25 pt

EXERCICE 2

(06 pts)

I- Répondre par vrai ou faux (Ne pas recopier la phrase).

0,25pt×2

- Pour tous points M, N, M' et N' du plan tels que $\overrightarrow{M'N'} = -3\overrightarrow{MN}$, la similitude directe plane qui applique M sur M' et N sur N' a pour rapport -3 .
- Si f est une fonction dérivable et bijective sur $\mathbb{R}$ telle que $f(-2) = 0$ et $f'(-2) = -1$, alors f^{-1} est dérivable en 0 et on a : $(f^{-1})'(0) = -1$.

II- Choisir la bonne réponse (On relèvera sur la copie juste le numéro et la lettre correspondante).

0,5pt×5

- Soit X une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres $n = 4$ et $p = \frac{2}{3}$. La variance de X est :
a) $V(X) = \frac{8}{9}$ b) $V(X) = \frac{9}{8}$ c) $V(X) = \frac{8}{3}$ d) Aucune bonne réponse
- La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 - x^2 e^x$ est strictement croissante sur :
a) $] -\infty; -2[$ b) $] -2; 0[$ c) $] 0; +\infty[$ d) Aucune bonne réponse
- Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $\sqrt{3} + 2i$, $2 + i$ et i . Le triangle ABC est :
a) rectangle en C b) isocèle en C c) rectangle et isocèle en C d) Aucune bonne réponse
- Soient l'homothétie h d'écriture complexe $z' = -2z + 1 - 2i$ et la rotation r d'écriture complexe $z' = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z + 6i$. La similitude $S = h \circ r$ a pour écriture complexe :
a) $z' = (1 + i\sqrt{3})z + 1 - 14i$ b) $z' = -(1 + i\sqrt{3})z + 1 - 14i$ c) $z' = (1 + i\sqrt{3})z + 1 + 14i$ d) Aucune bonne réponse
- La fonction g définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $\ln(x^2 + 3x + 2) - \ln(x^2 - 1)$ a pour ensemble de définition :
a) $D_g =] -\infty; -1[\cup] 1; +\infty[$ b) $D_g =] -\infty; -2[\cup] 1; +\infty[$ c) $] -2; 1[$ d) Aucune bonne réponse

III- Compléter par le mot ou l'expression manquant(e) sans recopier la phrase.

0,5pt×4*Tournez, SVT !*

1. L'ensemble solution de l'équation $(E) : x \in \mathbb{R}; 2^{2x+3} - 3 \times 2^{x+1} + 1 = 0$ est ...
2. Soit (u_n) une suite numérique et α une valeur approchée de u_n à 10^{-3} près. Le plus petit entier naturel n pour lequel on a : $|u_n - \alpha| \leq \frac{1}{e^n}$ est ...
3. Pour tout nombre réel θ , la forme linéarisée de $\sin^5 3\theta$ est ...
4. La primitive F s'annulant en π de la fonction continue f définie par $f(x) = \sin x \cdot \cos^4 x$ sur $\mathbb{R}$ est ...

IV- Soit la transformation plane $T : z' = (1 - i\sqrt{3})z + \sqrt{3} + i\sqrt{3}$. Compléter le tableau suivant :

0,25pt×4

Nature de T	Éléments caractéristiques de T		
	Rapport	Centre	Angle

EXERCICE 3

(06 pts)

I- Le plan complexe est rapporté au repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$. On considère la transformation T qui au point $M(x; y)$ associe le point $M'(x'; y')$ tels que :
$$\begin{cases} x' = ax - by + a' \\ y' = bx + ay + b' \end{cases} \quad \text{où } a, b, a' \text{ et } b' \text{ sont des nombres réels.}$$

1. Montrer que les affixes des points M et M' sont liées par la relation de la forme $z' = pz + q$. **0,5pt**
2. Déterminer a, b, a' et b' pour que T soit la translation de vecteur $\vec{w} = -2\vec{u} + \vec{v}$. **0,5pt**
3. Déterminer a, b, a' et b' pour que T soit l'homothétie de centre $A(1; 2)$ et de rapport 3. **0,5pt**
4. Déterminer a, b, a' et b' pour que T soit la rotation de centre $B(0; 2)$ et d'angle de mesure $\frac{3\pi}{4}$. **0,5pt**

II- Une population d'élèves comportant 40% de bacheliers a subi un test de recrutement en première année d'une grande école. Ce test a donné les résultats suivants :

75% des bacheliers sont admis et 52% des non bacheliers sont admis.

On choisit au hasard un élève de la population. On note :

- B l'évènement : « l'élève choisi est un bachelier »
- T l'évènement : « l'élève choisi est admis au test »
- A l'évènement : « l'élève choisi est bachelier et est admis au test »

1. Préciser chacune des probabilités suivantes : $P_B(T)$ et $P_{\overline{B}}(T)$. **0,5pt**
2. Démontrer que la probabilité de l'évènement A est égal à 0,3. **0,5pt**
3. Calculer la probabilité de l'évènement T . **0,5pt**
4. Montrer que les évènements B et T ne sont pas indépendants. **0,25pt**
5. Calculer la probabilité pour qu'un élève admis au test soit bachelier. **0,5pt**

III- Une urne contient une boule numéroté u_0 , deux boules numérotés u_1 , deux boules numérotés u_2 et une boule numéroté u_3 . Les nombres u_0, u_1, u_2 et u_3 sont dans cet ordre, quatre termes consécutifs d'une suite arithmétique croissante de premier terme $u_0 = -2$ et tel que $u_0 \times u_2 \times u_3 = -16$.

On tire successivement et sans remise deux boules de l'urne. On note a le numéro de la première boule tirée et b celui de la seconde boule tirée. À chaque résultat $(a; b)$, on associe l'équation $(E) : z^2 + az + b = 0$ où $z \in \mathbb{C}$.

1. Déterminer u_1, u_2 et u_3 . **0,75pt**
2. Déterminer la probabilité de l'évènement $A : \ll (E) \text{ admet } 2i \text{ pour solution} \gg$. **1pt**

BON DEVOIR !

Fin