

TRAVAUX DIRIGES DE MATHÉMATIQUES : Probabilité

Réalisé par Koffimath (Tél : 60 62 93 65)

Problème 1 :

Sur une étagère sont rangés 5 livres de mathématiques, 4 livres de physique et 6 romans. Deux livres de mathématiques, deux livres de physique et deux romans sont édités en Tunisie, et les autres sont édités à l'étranger. On tire au hasard un livre de l'étagère.

- Combien y'a-t-il d'issues possibles ?
- On donne l'évènement E : «Le livre tiré est un livre de mathématiques». Donner le nombre d'éléments de E et calculer sa probabilité.
 - L'ensemble de toutes les issues possibles est appelé univers.
- Déterminer la probabilité de l'évènement F : «Le livre est édité en Tunisie».
- Soit G l'évènement : «Le livre tiré est un livre de mathématiques édité en Tunisie». Exprimer G à l'aide de E et F puis déterminer sa probabilité.
- Soit H l'évènement : «Le livre tiré est un roman». Déterminer $E \cap H$.
 - On dit que E et H sont incompatibles.
- Soit K l'évènement : «Le livre tiré est édité à l'étranger». Exprimer K à l'aide F puis calculer $p(K)$.
- Soit L l'évènement : «Le livre tiré est un roman édité en Tunisie». Exprimer L à l'aide F et H puis déterminer sa probabilité.

Problème 2 :

Une bonbonnière contient 8 bonbons au caramel et 12 bonbons à la menthe. L'expérience consiste à en tirer un bonbon.

- On suppose que tous les bonbons ont la même probabilité d'être tirés. Calculer la probabilité de tirer un bonbon à la menthe.
- On suppose que la probabilité de tirer un bonbon au caramel est égale à deux fois celle d'un bonbon à la menthe. Calculer la probabilité de tirer un bonbon à la menthe.

Problème 3 :

Une urne contient 5 boules blanches et 3 boules rouges indiscernables au toucher.

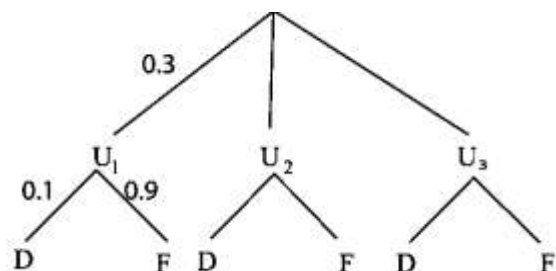
- On tire au hasard une boule de l'urne. Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche ?
- On fait deux tirages successifs d'une boule en remettant à chaque fois la boule tirée dans l'urne.
 - Faire un arbre de choix correspondant à la situation.
 - Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
 - E : «On obtient deux boules blanches».
 - F : «La deuxième boule tirée est blanche».
 - G : «On obtient au plus une boule blanche».
- On fait deux tirages successifs, mais sans remettre la boule tirée dans l'urne.
 - Faire un arbre de choix correspondant à la situation.
 - Calculer la probabilité de chacun des événements E , F et G .

Problème 4 :

Une entreprise fabrique des appareils électroménagers ; la production est répartie sur trois usines U_1 , U_2 et U_3 , pour respectivement 30%, 25% et 45% de la production totale. Tous les appareils sont testés. Les pourcentages d'appareils défectueux sont 10% pour U_1 , 15% pour U_2 et 4% pour U_3 . Soit les événements suivants :

- D : «L'appareil est défectueux»
- F : «L'appareil fonctionne», U_1 : «L'appareil provient de U_1 »
- U_2 : «L'appareil provient de U_2 » et U_3 : «L'appareil provient de U_3 »

1) Compléter l'arbre suivant :



2) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

$U_1 \cap D$, $U_2 \cap D$ et $U_3 \cap D$. En déduire $p(D)$.

3) Calculer $p(F)$ de deux manières.

Problème 5 :

Une boîte contient trois jetons blancs, quatre jetons rouges et cinq jetons verts. Les jetons blancs sont numérotés 1, 2, 3, les rouges 1, 2, 3, 4 et les verts 1, 2, 3, 4, 5.

On tire au hasard et simultanément trois jetons de la boîte. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

E : «Les jetons tirés sont blancs».

F : «Les jetons tirés sont de même couleur».

G : «Parmi les jetons tirés un seul jeton porte le numéro 1».

H : «Parmi les jetons tirés un et un seul est vert».

I : «Les jetons tirés portent des numéros impairs».

J : «La somme des trois numéros est égale à 5».

K : «Deux jetons sont rouges et un jeton seulement porte le numéro 4».

Problème 6 :

Une urne contient cinq jetons blancs et trois jetons rouges. On fait deux tirages successifs d'un jeton sans remise. Soit E l'évènement : « On tire un jeton blanc au premier tirage » et F l'évènement : « On tire un jeton rouge au deuxième tirage ».

1) Faire un arbre de choix.

2) Déterminer $p(E)$, $p(\bar{E})$, $p(E \cap F)$ et $p(\bar{E} \cap F)$. En déduire $p(F)$.

Problème 7 :

Le tableau suivant donne des statistiques sur l'adhésion des élèves d'une classe à un club sportif ou culturel selon le sexe.

Elèves	Adhérents	Non adhérents	Total
Garçons	14	10	24
filles	8	4	12
Total	22	14	36

1) a) Donner le nombre de garçons adhérents à un club.

b) Donner le nombre de filles non adhérentes à un club.

2) Dans la liste des élèves on choisit un élève au hasard.

Soit G l'évènement : «l'élève choisi est un garçon» et A l'évènement : « l'élève choisi est adhérent à un club ».

Déterminer $p(A)$, $p(\bar{A})$, $P(G)$ et $p(\bar{G})$.

3) On choisit un garçon. Quelle est la probabilité pour qu'il soit adhérent à un club ? Non adhérent à un club ?

4) On choisit un élève parmi ceux qui ne sont pas adhérents à un club.

a) Quelle est la probabilité pour qu'il soit un garçon ? Une fille ?

TRAVAUX DIRIGES DE MATHÉMATIQUES : Probabilité

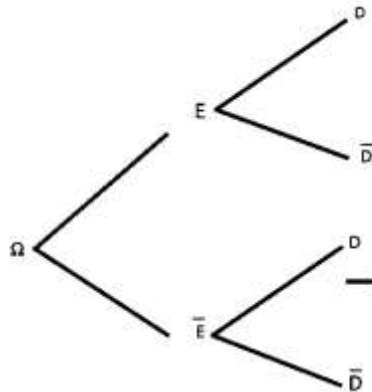
Réalisé par Koffimath (Tél : 60 62 93 65)

- La probabilité pour que parmi les garçons on obtienne un élève adhérent à un club s'appelle probabilité conditionnelle de l'événement A sachant G. Elle est notée $p(A/G)$ ou bien $p_G(A)$
- b) Donner $p(A/G)$
- 5) a) En considérant l'exemple précédent, déterminer de la même manière : $p(\bar{A}/G)$, $p(G/\bar{A})$ et $p(\bar{G}/A)$
- b) Déterminer puis comparer $p(\bar{A} \cap G)$, $p(G \cap A)$ et $p(\bar{G} \cap A)$ puis comparer $p(\bar{A} \cap G)$ et $\frac{p(\bar{A} \cap G)}{p(G)}$. Que remarque-t-on ?

Problème 8 :

Dans une usine, des pièces mécaniques sont produites par deux machines A et B avec des pourcentages de 40% pour la machine A et 60% pour la machine B. On estime que 15% des pièces produites par la machine A et 8% des pièces produites par la machine B sont défectueuses. On choisit une pièce au hasard et on considère les événements :
E : « La pièce est produite par la machine A » et D : « La pièce est défectueuse ».

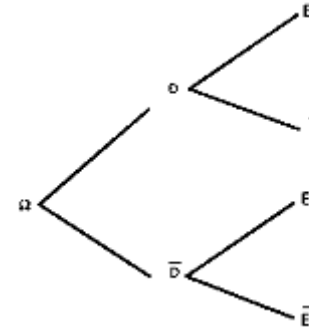
- a) Compléter l'arbre probabiliste ci-contre en inscrivant les probabilités correspondant



- b) Déterminer $p(D)$ puis $p(\bar{D})$.

- c) Compléter le deuxième arbre probabiliste ci-contre en inscrivant les probabilités correspondantes.

- d) En déduire les probabilités conditionnelles suivantes : $p(E/D)$, $p(\bar{E}/\bar{D})$ et $p(E/\bar{D})$



- A) Voici un autre tableau donnant des statistiques sur l'adhésion des élèves d'une classe à un club sportif ou culturel selon le sexe. On choisit un élève au hasard.

Elèves	Adhérents	Non adhérents	Total
Garçons	15	05	20
filles	12	04	16
Total	27	09	36

Soit G l'évènement : « l'élève choisi est un garçon » et A l'évènement : « l'élève choisi est adhérent à un club »

- a) Comparer la proportion de garçons adhérents par rapport au nombre total des garçons et la proportion des filles adhérentes par rapport au nombre total des filles.
- b) Déterminer puis comparer $p(A)$, $p(A/G)$ et $p(A/\bar{G})$.

TRAVAUX DIRIGES DE MATHÉMATIQUES : Probabilité

Réalisé par Koffimath (Tél : 60 62 93 65)

Faire de même pour $p(G)$, $p(G/A)$ et $p(G/\bar{A})$. Conclure.

c) Comparer $p(A \cap G)$ et $p(A) \cdot p(G)$.

On voit que la réalisation de l'évènement G ne dépend pas de la réalisation de A.

➤ On dit que les évènements G et A sont indépendants.

B) On considère l'exemple du problème 7. Les évènements A et G sont-ils indépendants ?

Problème 9 :

Une urne contient 5 jetons blancs et 3 jetons rouges indiscernables au toucher.

On tire un jeton de l'urne et on regarde sa couleur. S'il est blanc, on le remet dans l'urne et on tire un deuxième jeton. S'il est rouge, on ne le remet pas dans l'urne et on tire un deuxième jeton. On considère les évènements :

A : «On tire un jeton blanc au premier tirage ».

B : «On tire un jeton blanc et un jeton noir».

C : «On tire un jeton blanc au deuxième tirage».

1) Déterminer $p(B/A)$ et $p(B/C)$.

2) Déterminer $p(C/A)$ et $p(C/\bar{A})$. En déduire $p(C)$.

Faire un arbre de probabilité correspondant à la situation.

Problème 10 :

- a) Un joueur lance un dé cubique parfait dont les faces sont numérotées 1, 2, 3, 4, 5 et 6. Il gagne 2 dinars s'il obtient la face 6, gagne 1 dinar s'il obtient 2 ou 4 et perd 1 dinar s'il obtient un nombre impair. Compléter le tableau suivant :

Issue	1	2	3	4	5	6
Gain	-1					

Le tableau précédent permet de définir une application X de l'univers $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ vers $\mathbb{R}$ qui à chaque issue associe le gain correspondant : $\Omega \mapsto \mathbb{R}$

- L'application X est appelée variable aléatoire.

b) On considère les évènements :

E1 : « Le joueur gagne 2 dinars ».

E2 : « Le joueur gagne 1 dinar ».

E3 : « Le joueur perd 1 dinar ». (il gagne (-1) dinar).

Déterminer $p(E1)$, $p(E2)$ et $p(E3)$

- $p(E1)$ est la probabilité pour que X prenne la valeur 2, on la note $p(X = 2)$.

Compléter le tableau suivant

Gain x_i	-1	1	2
Probabilité $P(X = x_i)$			

Le tableau précédent permet de définir une application de l'ensemble des gains algébriques $X(\Omega) = \{-1, 1, 2\}$ vers $[0,1]$. On l'appelle loi de probabilité de X et on la note P_X .

$$P_X(x_i) = p(X = x_i)$$

- b) Déterminer $P_X(-1)$, $P_X(1)$ et $P_X(2)$ puis $P_X(-1) + P_X(1) + P_X(2)$.
Que remarque-t-on ?

Problème 11 :

Le tableau suivant donne des statistiques sur le nombre de voitures par ménage, données en pourcentages de l'ensemble de ménages dans une ville :

Nombre de voitures	0	1	23	
Pourcentages	40 %	35 %	20 %	5 %

TRAVAUX DIRIGES DE MATHEMATIQUES : Probabilité

Réalisé par Koffimath (Tél : 60 62 93 65)

Soit X la variable aléatoire qui, à chaque ménage associe le nombre de voitures qu'il possède.

- 1) a) Déterminer $X(\Omega)$ puis donner, par un tableau, la loi de probabilité de X .
b) Quelle est la probabilité pour qu'un ménage choisi possède au plus 2 voitures ? Au moins 2 voitures ?
- La probabilité pour que la variable X prenne une valeur inférieure ou égale à 2 est notée $p(X \leq 2)$ et la probabilité pour que la variable X prenne une valeur au moins égale à 2 est notée $p(X \geq 2)$.
c) Déterminer $p(X > 1)$ puis $p(X \leq 1)$ et vérifier que $p(X > 1) + p(X \leq 1) = 1$. Peut-on prévoir le résultat ?
d) Sachant que le ménage possède au moins une voiture, calculer la probabilité qu'il possède 2 voitures.

Problème 12 :

On jette deux dés cubiques parfaits dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Soit X la variable aléatoire qui à toute issue associe la somme des numéros apparus.

- a) Définir Ω et déterminer $X(\Omega)$.
- b) Donner, par un tableau, la loi de probabilité de X .
- c) Déterminer chacune des probabilités suivantes :
 $p(X < 4), p(X \leq 4), p(X > 4), p(X \leq 5), p(3 < X \leq 7)$ et $p(2,5 < X \leq 9,12)$

Problème 13 :

Dans une loterie, on dispose de 100 billets parmi lesquels dix donnent un gain de 10 dinars et deux donnent un gain de 100 dinars. Les autres ne font rien gagner.

Une personne achète un billet. Quelle somme espère-t-elle gagner ?

Problème 14 :

Dans un stand de tir, un tireur touche la cible avec une probabilité de $\frac{7}{10}$

Sachant qu'il a tiré quatre fois.

- a) Déterminer la probabilité qu'il touche 3 fois la cible.
- b) Déterminer la probabilité qu'il touche au plus 2 fois la cible.
- c) Sachant que pour chacun de 4 tirs le tireur paie un dinar, et qu'il gagne 2 dinars chaque fois qu'il touche la cible, dire si le jeu lui est ou non favorable.

Problème 15 :

a) Une compagnie a vendu 15 machines à laver avec une garantie d'une année. La probabilité pour qu'au cours de l'année la machine tombe en panne est 0,1. La direction de la compagnie estime qu'elle sera gagnante si au plus 5 machines tombent en panne au cours de l'année.

Quelle est la probabilité pour la compagnie d'être gagnante ?

b) X étant la variable aléatoire donnant le nombre de machines tombant en panne au cours de l'année

- Déterminer $p(X = 0)$ et $p(X = 10)$
- Calcule $E(X)$

Problème 16 :

Une urne contient 10 boules : cinq blanches numérotées 1,1,2,3 trois noires numérotées 1,1,2 et deux rouges numérotées 1,3.

1) On tire au hasard et simultanément 3 boules de l'urne. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « Avoir une somme égale à 5 »

B : « Avoir 2 boules blanches et une boule noire »

2) On tire au hasard et successivement et sans remise 3 boules de l'urne. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

TRAVAUX DIRIGES DE MATHÉMATIQUES : Probabilité

Réalisé par Koffimath (Tél : 60 62 93 65)

C : « Avoir une seule boule rouge »

D : « Avoir dans l'ordre 1, 2, 3 »

3) On tire au hasard et successivement et avec remise 3 boules de l'urne.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

E : « Avoir au moins une boule rouge »

F : « Avoir trois boules de couleurs différentes »

Problème 17 :

Un dé truqué a les faces numérotées de 1 à 6. On désigne par p_i la probabilité d'une face $n^{\circ}i$ et on donne $p_1 = p_3 = p_5 = \alpha$ et

$p_2 = p_4 = p_6 = 2\alpha$ où $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$.

1) Calculer α . (On rappelle que $\sum_{\omega \in \Omega} P(\omega) = 1$)

2) Quelle est la probabilité d'une face portant un numéro pair ?

Problème 18 :

Une certaine équipe de football possède une probabilité de 0,6 de remporter une victoire (V), une probabilité de 0,3 de subir une défaite (D), et une probabilité de 0,1 de faire match nul (N). L'équipe joue trois matches.

1) Faire un arbre de choix.

2) Déterminer les éléments de l'événement A tel que l'équipe gagne au moins deux fois et ne perde pas, et calculer $P(A)$

3) Déterminer les éléments de l'événement B tel que l'équipe gagne et fasse un match nul, et calculer $P(B)$

Problème 19 :

1) Lors de la préparation d'un concours, un élève n'a étudié que 12 des 24 leçons. On a mis 24 papiers contenant chacun une question dans une urne, ces questions portant sur des leçons indépendantes. Le candidat

tire simultanément au hasard 2 papiers. On donnera les réponses sous forme de fractions irréductibles. Quelle est la probabilité :

a) qu'il ne connaisse aucun de ces sujets ?

b) qu'il connaisse les deux sujets ?

c) qu'il connaisse un et un seul de ces sujets ?

d) qu'il connaisse au moins un de ces sujets ?

2) On considère maintenant que l'élève a étudié n des 24 leçons (n étant un entier naturel inférieur ou égal à 24).

a) Quelle est la probabilité P_n qu'il connaisse au moins un de ces sujets ?

b) Déterminez les entiers n tels P_n soit supérieur ou égal à 0,95.

Problème 20 :

Une urne contient quatre jetons blancs portant les numéros 1, 1, 2, 2 et cinq jetons noirs portant les numéros 1, 1, 2, 2, 2. On tire au hasard et simultanément deux jetons de l'urne.

Soit A l'événement « On obtient deux jetons noirs » et B l'événement « On obtient deux jetons portant le numéro 1 ».

Déterminer $p(A/B)$, $p(\bar{A}/B)$ et $p(A/\bar{B})$.

Problème 21 :

Le directeur d'une fabrique de microprocesseurs constate que 4% de la production journalière est défectueuse. Un responsable qualité propose une vérification systématique des microprocesseurs. Cette vérification n'est pas parfaite, elle ne détecte que 95% des microprocesseurs défectueux et déclare défectueux 2% des microprocesseurs qui ne présentent pourtant aucun défaut.

On prend au hasard l'un des microprocesseurs dans une production journalière. On appelle :

TRAVAUX DIRIGES DE MATHÉMATIQUES : Probabilité

Réalisé par Koffimath (Tél : 60 62 93 65)

- M l'évènement : «le microprocesseur est défectueux» ;
 - R l'évènement : « le microprocesseur est rejeté après vérification ».
- 1) Préciser les probabilités : $p(M)$, $p(R/M)$, $p(R/\bar{M})$.
 - 2) Calculer la probabilité de l'évènement ($\bar{M}$ et R) ainsi que celle de l'évènement ($\bar{M}$ et R).
 - 3) Calculer la probabilité que le microprocesseur soit défectueux et déclaré bon par la vérification.
 - 4) Calculer la probabilité que le microprocesseur soit bon sachant que la vérification va le déclarer «à rejeter».

Problème 22 :

Dans un campus universitaire, à l'issue d'une compétition, 1250 athlètes subissent un test antidopage. Le test n'est pas sûr à 100%, certains athlètes peuvent être dopés et avoir cependant un test négatif. De même, des athlètes sains peuvent avoir un test positif. Le tableau ci-dessous donne la répartition des 1250 athlètes en fonction du test et de l'état réel de l'athlète :

	Test négative	Test positif
Athlète sain	1188	12
Athlète dopé	1	49

- 1) On choisit au hasard un athlète. Déterminer la probabilité des événements suivants : S : «L'athlète est sain» et T : « Le test est positif»
- 2) On choisit au hasard un athlète sain. Quelle est la probabilité qu'il ait un test positif ?
- 3) A l'aide des informations données dans le tableau, faire un arbre de probabilité.

Problème 23 :

Une personne choisie au hasard parmi la population d'une région passe un test pour dépister une maladie.

Dans cette région, on a établi par sondage dans les hôpitaux que :

- Si une personne a la maladie, alors le test est positif dans 96% des cas,
 - Si une personne n'a pas la maladie, alors le test est négatif dans 94% des cas.
 - Une personne sur 65 est atteinte de cette maladie.
- a) Faire un arbre de probabilité correspondant à cette situation.
 - b) Le résultat du test est positif, quelle est la probabilité que cette personne soit atteinte de cette maladie ?

Problème 24 :

Soient deux événements A et B vérifiant $p(A) = \frac{3}{5}$, $p(B) = \frac{7}{10}$ et

$$p(A \cup B) = \frac{9}{10}$$

- 1) Calculer $p(\bar{A})$.
- 2) Calculer $p(A \cap B)$. A et B sont-ils indépendants ?
- 3) Calculer $p(A/B)$, $p(\bar{A}/B)$ et $p(B/\bar{A})$

Problème 25 :

Dans une région, 45% de la population active sont des hommes. On sait aussi que 5% des femmes et 4% des hommes de cette population active sont au chômage. On interroge au hasard une personne de cette région. Notons F l'évènement : « être une femme » et C l'évènement : « être en chômage ».

- 1) Calculer $p(F)$, $p(\bar{F})$, $p(C/F)$ et $p(C/\bar{F})$

TRAVAUX DIRIGES DE MATHÉMATIQUES : Probabilité

Réalisé par Koffimath (Tél : 60 62 93 65)

-
- 2) Calculer la probabilité pour qu'un individu de cette population active interrogé soit au chômage.
- 3) Sachant que la personne choisie est au chômage, quelle est la probabilité pour que ce soit :
- Une femme ?
 - Un homme ?

Problème 26 :

Une urne contient 8 boules blanches et 4 noires

- On tire 3 boules simultanément. Quelle est la probabilité pour qu'elles soient toutes de même couleur ?
- On en tire 3 boules successivement, en remettant à chaque fois la boule tirée dans l'urne et on considère l'aléa numérique X égal au nombre de boules noires tirées.
 - Etablir le tableau de loi de probabilité de X .
 - Calculer l'espérance mathématique $E(X)$, la variance $V(X)$ et l'écart type $\sigma(X)$.

Problème 27 :

On lance deux dés réguliers et on relève la somme X des points marqués.

- Déterminer la loi de probabilité de X .
- On vous propose le jeu suivant : On mise 10 D, puis on lance les dés. Si $X > 9$, on gagne 50D, sinon on perd la mise.
Le jeu est-il équitable ? Sinon, est-il favorable ou défavorable ?

Problème 28 :

La probabilité pour qu'une personne ait une mauvaise réaction à un vaccin est de 0,01.

-
- Tous les membres d'une famille de cinq personnes ayant été vaccinés, quelle est la probabilité qu'il y ait une mauvaise réaction :
 - chez 2 membres de la famille
 - chez moins de 2 membres de la famille.
 - Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre de mauvaises réactions au vaccin dans une famille de 7 personnes.
 - Donner la loi de probabilité de X .
 - Déterminer $E(X)$ et $V(X)$.

Problème 29 :

Un appareil de jeu contient 6 boules blanches et 3 boules rouges. Quand un joueur introduit un jeton dans l'appareil, 3 boules prises au hasard tombent. Si les 3 boules sont rouges, le joueur gagne 100 D. Si 2 des 3 boules sont rouges, le joueur gagne 15 D. Si une seule des 3 boules est rouge, le joueur gagne un lot de 5 D. Le forain qui utilise l'appareil fixe le prix du jeton à 8 D.

- Soit X la variable aléatoire désignant la somme gagnée par le joueur.
 - Déterminer la loi de X .
 - Calculer son espérance.
 - En déduire le gain moyen du forain.
- L'appareil n'est pas assez rentable. Aussi, le forain envisage 2 solutions : vendre le jeton 9 D ou bien rajouter une boule blanche. Quelle est la solution la plus rentable pour lui ?

Problème 30 :

Un sac contient 10 jetons qui ont la même probabilité d'être tirés, n d'entre eux sont marqués 10 les autres sont marqués 50. n est un entier naturel vérifiant $3 \leq n \leq 7$. On tire ensemble 3 jetons du sac et on désigne par X la

TRAVAUX DIRIGES DE MATHÉMATIQUES : Probabilité

Réalisé par Koffimath (Tél : 60 62 93 65)

.....
variable qui, à un tirage associe la somme des nombres marqués sur les 3 jetons.

1°/ Déterminer l'ensemble des valeurs prises par X.

2°/ Déterminer la loi de probabilité de X.

3°/ Montrer que l'espérance mathématique de X est telle que :

$$E(X) = \frac{n(n-1)(n-2)}{24} + \frac{7n(n-1)(10-n)}{24} + \frac{11n(10-n)(9-n)}{24} + \frac{5(10-n)(8-n)}{24}$$

4°/ Calculer E(X).

5°/ Déterminer n pour que $60 \leq E(X) \leq 90$

Problème 31 :

Un sac contient 6 boules blanches dont 2 sont numérotées 1, 4 numérotées 2 et 4 boules noires dont 3 sont numérotées 1 et 1 numérotée 2.

1°/ On prélève au hasard et simultanément 3 boules de ce sac ; calculer les probabilités des événements suivants :

A : les 3 boules tirées sont blanches.

B : on a tiré 2 boules noires et une blanche. C : les 3 boules tirées portent le numéro 1.

2°/ Au cours de la même expérience, on appelle X la variable aléatoire égale au nombre de boules noires extraites lors d'un tirage de 3 boules. Déterminer la loi de probabilité de X, son espérance mathématique et sa variance.

3°/ On tire maintenant une boule du sac et on appelle D l'événement : la boule tirée est blanche et E l'événement la boule tirée porte le N°2. Calculer les probabilités suivantes : p(D) et p(E). Les événements D et E sont-ils indépendants ?

Problème 32 :

Un sac contient 4 boules bleues numérotées 0, 1, 2, 3 et 3 boules jaunes portant toutes les trois le numéro 1.

On tire simultanément 2 boules du sac. On suppose que tous les tirages sont équiprobables.

Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe la somme des nombres figurant sur les boules tirées.

- 1) Trouver la loi de probabilité de X.
- 2) Calculer l'espérance mathématique de X et représenter sa fonction de répartition.

Problème 33 :

Soit $E = \{e_1, e_2, e_3\}$ un référentiel associé à une expérience aléatoire p.

- a) Combien d'événements peut-on envisager sur cet ensemble E ? Préciser ces événements.
- b) Déterminer la probabilité de chacun des trois événements élémentaires $\{e_1\}, \{e_2\}, \{e_3\}$ sachant que : $p(e_1 \cup e_2) = \frac{7}{12}$ et $p(e_2 \cup e_3) = \frac{9}{12}$

Problème 34 :

On considère une population composée de 45% d'hommes et 55% de femmes ; on suppose que 4% des hommes et 0,5% des femmes sont daltoniens : on choisit au hasard une personne dans cette population

- 1) Quelle est la probabilité que cette personne soit daltonienne ?
- 2) Sachant que cette personne est daltonienne, quelle est la probabilité qu'elle soit un homme. Quelle soit une femme ?

TRAVAUX DIRIGES DE MATHÉMATIQUES : Probabilité

Réalisé par Koffimath (Tél : 60 62 93 65)

Problème 35 :

Une urne contient 12 boules : 4 rouges et 8 noires.

- 1) On tire simultanément 4 boules, soit X le nombre de boules rouges obtenues lors du tirage.
 - a) Quelle est la probabilité d'obtenir 4 boules de la même couleur ?
 - b) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
 - c) Calculer son espérance mathématique.
- 2) On tire successivement 4 boules en remettant à chaque tirage la boule tirée dans l'urne. Un événement est donc un quadruplet de 4 boules distinctes ou non ; Soit Y le nombre de boules rouges obtenues lors d'un événement.
 - a) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire Y .
 - b) Calculer son espérance mathématique et vérifier que $E(X) = E(Y)$.

Problème 36 :

Un fermier possède dans sa ferme des chevaux, des vaches, des moutons et des chèvres. On désigne par x, y, z, t respectivement le nombre de chevaux, vaches, moutons et chèvres.

On suppose que les nombres x, y, z, t sont dans cet ordre, les termes consécutifs d'une suite arithmétique.

1°) Sachant qu'il y a 5 chevaux et que le nombre total des animaux de la ferme est 56, déterminer les nombres x, y, z, t .

2°) Un voleur s'infiltré dans la ferme et emporte 3 des animaux. Sachant que le prix de vente des animaux est telle que 100000F pour un cheval, 67000F pour une vache, 43000F pour un mouton et 12500F pour une chèvre, déterminer les probabilités des événements suivants :

- a) La perte du fermier est minimale.
- b) La perte du fermier est maximale.
- c) La perte du fermier est 210 000F.

Problème 37 :

Oumar place dans une boîte vide de craies, six boules bleues trois boules rouges et deux boules vertes, indiscernables au toucher. Pour jouer avec son ami, il tire simultanément et au hasard trois boules de la boîte.

- 1) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants : A « les boules tirées sont toutes de couleurs différentes »
B « les boules tirées sont toutes de la même couleur »
- 2) On appelle X la variable aléatoire qui, à tout tirage de trois boules, associe le nombre de boules bleues tirées. Etablir la loi de probabilité de X . Calculer l'espérance mathématique et l'écart type de X .

Problème 38 :

Dans un sac sont placés dix jetons : 6 jetons portent le numéro 1 et les quatre autres portent le numéro 3. On tire simultanément 6 jetons du sac, les tirages étant supposés équiprobables.

On désigne par X la variable aléatoire qui, à chaque tirage, fait correspondre la somme des numéros marqués sur les trois jetons.

- 1) Quelles sont les valeurs possibles de X ?
- 2) Déterminer la loi de probabilité de X .
- 3) On appelle A l'événement « la somme des numéros est strictement inférieure à 7 ». Calculer la probabilité de A.
- 4) On recommence quatre fois de suite le tirage précédent en remettant à chaque fois dans le sac les jetons tirés. Quelle est la probabilité pour que l'événement A se réalise exactement trois fois ? au moins trois fois ?

TRAVAUX DIRIGES DE MATHÉMATIQUES : Probabilité

Réalisé par Koffimath (Tél : 60 62 93 65)

Problème 39 :

Les deux questions de cet exercice sont indépendantes et on donnera les réponses sous forme de fractions irréductibles.

Une urne contient 6 boules bleues, 3 boules rouges, et 2 boules vertes, indiscernables au toucher.

- 1) On tire simultanément au hasard 3 boules de l'urne.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants : A = « les boules sont toutes de couleurs différentes » B = « les boules sont toutes de la même couleur ».

- 2) On appelle X la variable aléatoire qui, à tout tirage de trois boules associe le nombre de boules bleues tirées. Établir la loi de probabilité de X. Calculer l'espérance mathématique de X.

Problème 40 :

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher, 5 boules rouges, 3 boules jaunes et 2 boules vertes. Dans les questions 1) et 2) on tire simultanément au hasard 3 boules de l'urne. On donnera les réponses sous forme de fractions irréductibles.

- 1) a) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants : A = « les 3 boules sont rouges »

B = « les 3 boules sont de la même couleur ».

C = « les 3 boules sont chacune d'une couleur différente ».

b) On appelle X la variable aléatoire qui, à chaque tirage associe le nombre de couleurs obtenues. Déterminer la loi de probabilité de X. Calculer l'espérance mathématique de X.

- 2) Dans cette question on remplace les 5 boules rouges par n boules rouges où n est un entier supérieur ou égal à 2. L'urne contient donc (n + 5) boules, c'est-à-dire, n rouges, 3 jaunes et 2 vertes.

On tire au hasard et simultanément deux boules de cette urne. Soit les événements suivants : D = « Tirer deux boules rouges » ; E = « Tirer deux boules de la même couleur ».

a) Montrer que la probabilité de l'événement D est $p(D) = \frac{n(n-1)}{(n+5)(n+4)}$

b) Calculer la probabilité de l'événement E, $p(E)$ en fonction de n.

c) Pour quelles valeurs de n a-t-on $p(E) \geq \frac{1}{2}$

Problème 41 :

On lance un dé cubique D1 et D2 dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

On appelle a le nombre apparaissant sur la face supérieure de D1 et b le nombre apparaissant sur la face supérieure de D2. Le résultat de l'expérience est le couple (a ; b). On admet l'équiprobabilité des résultats.

- 1) Donner tous les résultats possibles ;
 - 2) A chaque couple (a ; b) on fait correspondre la valeur absolue de la différence (a-b). On définit ainsi une variable aléatoire X par $X = |a - b|$.
 - 3) Déterminer les valeurs prises par X
 - 4) Déterminer la loi de probabilité de X
 - 5) Calculer l'espérance mathématique, la variance et l'écart type de X.
- Pour chaque réponse, on donnera la valeur exacte et une approximation décimale à 10^{-2} près.