

TD Probabilité. TSEXP

Vocabulaire de la théorie des ensembles

1 Soient A et B deux ensembles finis tels que : $A = \{1 ; a ; c\}$ et $B = \{b ; 1 ; c ; 2\}$

- 1) Détermine : $A \cap B$; $A \cup B$; $A \times B$.
- 2) Détermine : $Card(A)$; $Card(B)$; $Card(A \cap B)$; $Card(A \cup B)$; $Card(A \times B)$.

2 Soit E un ensemble non vide et $A ; B ; C ; D$ des parties non vides de E .

- 1) Montre que $A - B = A \cap \bar{B}$, où $\bar{B} = C_E^B$.
- 2) En utilisant la question 1), Montre que :
 - a- $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$.
 - b- $A - (B \cup C) = (A - B) - C$.
 - c- $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$.
 - d- $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$.
 - e- $(A - B) \cap (C - D) = (A \cap C) - (B \cup D)$

Dénombrements.

3 1) Calcule :

$$A = 5! + 3(4!) ; B = \frac{8!}{3!} ; C = \frac{12!}{10!3!} ; D = \frac{(n+1)!}{(n-1)!} ; E = \frac{n \times n!}{(n-1)!} ; F = \frac{(2n+1)!}{(2n)!}$$

$$G = A_8^5 + A_{13}^2 + 3A_{100}^0 ; H = C_7^4 + C_{15}^{15} + 8C_{100}^{99} ; I = \frac{A_{13}^8}{A_6^4} + \frac{C_{10}^5}{C_9^7}$$

2) Résous dans $\mathbb{N}$ les équations suivantes :

$$a) A_n^2 = n(2n+5) ; b) C_n^2 = 5n ; c) A_n^2 = C_n^3 ; d) C_n^2 = 45 ; e) n^2 + 3C_n^2 = 1$$

$$f) C_n^{n-2} = 28 ; g) C_{n-1}^{n-5} = 3C_{n-3}^{n-7} ; h) x^2 - C_n^p x + C_{n-1}^{p-1} \times C_{n-1}^p = 0$$

4 Dans une classe de 40 élèves, 25 aiment la mathématique ; 30 aiment le français et 17 aiment la mathématique et le français.

1) Calcule le nombre d'élève qui aiment :

- a- Uniquement le français.
- b- Uniquement la mathématique.
- c- La mathématique ou le français.

2) En déduis le nombre d'élèves qui n'aiment aucune des deux matières

5 Trouve le nombre d'anagrammes des mots suivants : MALI ; CHERE ; RECHERCHER.
(On rappelle qu'une anagramme d'un mot est un mot qui contient les mêmes lettres éventuellement répétées le même nombre de fois).

6 Un sac contient 25 boules dont 9 rouges, 6 vertes et 10 jaunes. On tire 5 boules du sac.

I// Dénombre les cas possibles à cette épreuve si :

- 1) Le tirage est simultané.
- 2) Le tirage est successif et sans remise.
- 3) Le tirage est successif et avec remise.

II// Dénombrer les cas favorables à cette épreuve si :

- 1) Le tirage est simultané et le résultat contient exactement 3 boules rouges.
- 2) Le tirage est successif et sans remise et le résultat contient 2 boules vertes et 2 jaunes.
- 3) Le tirage est successif et avec remise et le résultat contient 1 boule jaune ou 3 vertes.
- 4) Le tirage est simultané et le résultat contient 2 boules rouges, 2 vertes et 1 jaune.
- 5) Le tirage est simultané et le résultat contient au moins 4 boules rouges.
- 6) Le tirage est successif et sans remise et le résultat contient au plus 3 boules jaunes.
- 7) Le tirage est successif et avec remise et le résultat est unicolore.

Probabilités simples – Probabilités conditionnelles.

7

Un sac contient 5 boules rouges et 3 boules blanches.

On tire simultanément et au hasard 3 boules du sac.

Calcule la probabilité de chacune des événements suivants :

- a- Une boule rouge et une seule est tirée
- b- Deux boules rouges et une boule blanche sont tirées.
- c- Une boule blanche ou deux boules rouges sont tirées.
- d- Une boule rouge au moins est tirée
- e- Deux boules blanches au plus sont tirées

8

Dans une ville, il ya trois médecins. Quatre habitants de cette ville tombent malades le même jour. On appelle au hasard l'un de ces médecins.

- 1) Quelle est la probabilité pour que l'un de ces médecins soit appelé ?
- 2) Quelle est la probabilité pour que les trois médecins soit appelé ?

9

Une boîte contient 10 cartes vertes, 20 cartes jaunes et 5 cartes rouges.

Quelle est la probabilité de constitué dans l'ordre le drapeau Malien si :

- 1) Le tirage est simultané.
- 2) Le tirage est successive et sans remise.
- 3) Le tirage est successive et avec remise.

10

On dispose d'un jeu de 32 cartes ordinaires.

On tire simultanément et au hasard trois cartes du jeu.

Calcule la probabilité des événements suivants :

- 1) A : « le tirage contient deux cartes noires ».
- 2) B : « le tirage contient trois cartes rouges ».
- 3) C : « le tirage contient deux piques et un trèfle ».
- 4) D : « le tirage contient un carreau ou un cœur ».
- 5) E : « le tirage contient un as ».

11

On jette deux dés d_1 et d_2 numérotés chacun de 1 à 6.

On appelle $(a ; b)$ le couple de chiffres présenté par la face supérieur des deux dés.

Calcule la probabilité des événements suivants :

- 1) A : « $a = b$ ».
- 2) B : « $a + b$ est un multiple de 3 ».
- 3) C : « $a \times b$ est un diviseur de 5 ».
- 4) D : « $a + b$ est un nombre pair ».
- 5) A : « l'équation $x^2 + ax + b = 0$ ait deux racines réels distinctes ».

12 Un sac contient 10 jetons numérotés de 1 à 10.

On tire successivement et sans remise un jeton du sac.

Calcule la probabilité des événements suivants :

- 1) A : « le jeton tiré comporte un numéro pair ».
- 2) B : « le jeton tiré comporte un numéro multiple de trois ».
- 3) C : « le jeton tiré comporte un numéro pair et multiple de trois ».

13 Soit une expérience E et P la probabilité modélisant E.

Soient A et B deux événements tels que : $P(A) = \frac{1}{3}$; $P(B) = \frac{1}{4}$ et $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$.

Calcule : $P(A \cup B)$; $P(A \cup \bar{B})$; $P(\bar{A} \cup B)$ et $P(\bar{A} \cup \bar{B})$

14 Peut-on Trouver une probabilité P sur l'univers $\Omega = \{ 1 ; 2 ; 3 \}$ telle que :

$P(\{ 1 ; 2 \}) = \frac{1}{4}$; $P(\{ 1 ; 3 \}) = \frac{1}{4}$ et $P(\{ 2 ; 3 \}) = \frac{1}{2}$?

15 Dans une classe de terminale, 88% des élèves ont déclarés aimer les mathématiques ; 20% ont déclarés aimer la chimie et 15% ont déclarés aimer les mathématiques et la chimie. On choisit un élève au hasard.

- 1) Quelle est la probabilité que cet élève aime les mathématiques et pas la chimie ?
- 2) Quelle est la probabilité que cet élève aime la chimie et pas les mathématiques ?
- 3) Quelle est la probabilité que cet élève n'aime ni les mathématiques ni la chimie ?

16 Dans un village, on choisit une personne au hasard (tous les choix sont équiprobables). On désigne par :

- H L'évènement : « Cette personne est un homme ».
- B L'évènement : « Cette personne a les yeux bleus ».
- M L'évènement : « Cette personne a les yeux marrons ».
- V L'évènement : « Cette personne a les yeux verts ».

1) Exprime par une phrase chacun des événements suivants :

$H \cap B$; $H \cap M$; $H \cap V$; $\bar{H} \cap B$; $\bar{H} \cap M$; $\bar{H} \cap V$; $\bar{H} \cap \bar{B}$.

2) On donne : $P(H) = \frac{1}{2}$; $P(B) = \frac{3}{4}$; $P(M) = \frac{2}{7}$; $P(V) = \frac{1}{5}$

Calcule : $P(H \cap B)$; $P(H \cap M)$; $P(H \cap V)$; $P(\bar{H} \cap B)$; $P(\bar{H} \cap M)$; $P(\bar{H} \cap \bar{B})$

17 Deux tireurs A et B font feu simultanément sur une cible.

La probabilité que A touche la cible est estimé à $\frac{4}{5}$; et pour celui de B est de $\frac{3}{4}$.

Calcule la probabilité des événements suivants :

- 1) Les deux tireurs touchent tous deux la cible.
- 2) Les deux tireurs manquent la cible.
- 3) La cible est atteinte par le tireur A seulement.
- 4) La cible est atteinte par un seul tireur.
- 5) La cible est atteinte.
- 6) La cible soit manquée.

18 Une population animale comporte $\frac{1}{3}$ de mâles et $\frac{2}{3}$ de femelles. L'albinisme frappe 6% de mâles et 0,36% de femelles.
Quelle est la probabilité pour qu'un individu pris au hasard (dont on ignore le sexe) soit albinos ?

19 Dans un village, 1 habitant sur 100 est atteint d'une maladie génétique A .
On fait un test de dépistage puis on note par (T) si le teste est positif et par $(\bar{T})$ si le teste est Négatif. On donne $P(T/A) = 0,8$ et $P(\bar{T}/\bar{A}) = 0,9$
On soumet un patient au test, celui-ci est positif.
Quelle est la probabilité que ce patient soit atteint par la maladie A ?

20 Dans une population, 30% de personnes sont atteintes d'une affection des voies respiratoires supérieures. Il ya 60% de fumeurs parmi les malades et 10% de fumeurs parmi les personnes non atteintes par cette affection. Calcule la probabilité qu'un fumeur soit atteint de l'affection.

21 On jette successivement un dé cubique deux fois puis on désigne par :

- A : L'évènement « le 1^{er} jet donne un nombre pair ».
- B : L'évènement « le 2^{ème} jet donne un nombre pair ».
- C : L'évènement « la somme de deux numéros obtenus est paire ».

Les évènements A ; B et C sont-ils deux à deux indépendant ? Mutuellement indépendant ?

22 Une maladie touche 3% d'une population.
Un test de dépistage donne les résultats suivants :

- Chez les individus malades, 95% de tests sont positifs et 5% négatifs.
- Chez les individus non malades, 1% de tests sont positifs et 99% négatifs.

On note M l'évènement : « être malade » et T l'évènement : « le test est positif »

- 1) Construire un arbre pondéré correspondant à cette expérience aléatoire.
- 2) Donne la probabilité des évènements : « $M \cap T$ » et « $\bar{M} \cap \bar{T}$ ».
- 3) Détermine $P(T)$ et $P(\bar{T})$.
- 4) a- Calcule la probabilité de ne pas être malade, sachant que le test est positif.
b- Calcule la probabilité d'être malade, sachant que le test est négatif.

23 Les résultats d'une étude présentés par l'Institut National de la statistique révèlent :

- 45% de la population active sont des hommes.
- 25% des femmes et 20% des hommes de cette population active sont au chômage.

On interroge au hasard une personne.

- 1) Construis un arbre pondéré correspondant à cette expérience aléatoire.
- 2) Détermine les probabilités des évènements suivants :
 - a- H : « être un homme »
 - b- F : « être une femme »
 - c- « être au chômage sachant qu'on est homme femme »
 - d- « être au chômage sachant qu'on est femme »
- 3) Calcule la probabilité pour qu'un individu de cette population active interrogé au hasard soit au chômage.

- 24** Le secteur de production d'une entreprise est composé de 3 catégories de personnel :
 Les ingénieurs, les opérateurs de production et les agents de maintenance.
 Il y'a 8% d'ingénieurs et 82% d'opérateurs de production.
 Les femmes présentent 50% des ingénieurs, 60% des opérateurs de production et 25% des agents de maintenance.

Partie A :

Dans cette partie, on interroge au hasard un membre du personnel de cette entreprise puis on note :

M : L'évènement « le personnel interrogé est un agent de maintenance »;

O : L'évènement « le personnel interrogé est un opérateur de production »;

I : L'évènement « le personnel interrogé est un ingénieur »;

F : l'évènement « le personnel interrogé est une femme ».

- 1) Construis un arbre pondéré correspondant aux données.
- 2) Calcule la probabilité d'interroger :
 - a- Un agent de maintenance ;
 - b- Une femme agent de maintenance ;
 - c- Une femme.

Loi de probabilité

- 25** Soit X une variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

x_i	5	10	15	30
$P(X = x_i)$	0,1	a	$2a$	0,3

- 1) Calcule a .
- 2) En déduis les valeurs de :
 - a- L'espérance mathématique $E(X)$.
 - b- La variance $V(X)$ et L'écart-type $\delta(X)$

- 26** On considère la variable aléatoire prenant ses valeurs dans $\{2 ; 4 ; 6 ; 8\}$ dont la loi de probabilité est donnée par :

x_i	2	4	6	8
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	a	$\frac{3}{4}$	b

- 1) Donne une relation entre a et b
- 2) On suppose que l'espérance mathématique est : $E(X) = \frac{21}{4}$. Détermine a et b .
- 3) Calcule La variance $V(X)$ de X .

- 27** Un sac contient 5 boules rouges et 3 boules blanches. On tire simultanément et au hasard 3 boules du sac.

- 1) Calcule la probabilité de chacune des évènements suivants :
 - a- Aucune boule rouge n'est tirée
 - b- Une boule rouge et une seule est tirée
 - c- Deux boules rouges et deux seulement sont tirées
 - d- Une boule rouge au moins est tirée
 - e- Deux boules blanches au plus sont tirées
- 2) Soit X la variable aléatoire prenant pour valeurs le nombre de boules rouges qui se trouvent parmi les 3 boules tirées.

- a- Donne la loi de probabilité de X
- b- Calcule l'espérance mathématique et la variance de X
- c- Calcule la probabilité de l'évènement : $1 \leq X \leq 2$

28

Lors de la coupe du Mali de football 2012, on a donné dans le tableau ci-dessous les résultats des 8 matchs joués le premier jour du tournoi.

Matches	Première Equipe	Deuxième équipe
1 ^{er} Match	2 buts	1 but
2 ^{ème} Match	2 buts	0 but
3 ^{ème} Match	3 buts	3 buts
4 ^{ème} Match	1 but	3 buts
5 ^{ème} Match	0 but	1 but
6 ^{ème} Match	0 but	0 but
7 ^{ème} Match	1 but	4 buts
8 ^{ème} Match	3 buts	2 buts

On choisit un match au hasard parmi les huit matchs du premier jour du tournoi ; tous les matchs ont la même probabilité d'être choisis.

- 1) a- Détermine la probabilité P_1 qu'aucun but n'ait été marqué au cours de ce match.
- b- Détermine la probabilité P_2 que le match soit nul (chaque équipe ait marqué le même nombre de buts) ?
- 1- Pour chaque match, on calcule la différence entre les nombres de buts marqués par les équipes, de façon à trouver un nombre positif ou nul.
On définit ainsi une variable aléatoire X. Par exemple pour le 5^{ème} match, la valeur de X est égale à 1 et pour le 8^{ème} match, elle est aussi égale à 1.
- a) Donne les valeurs possibles de X.
- b) Détermine la loi de probabilité de X.
- c) Calcule l'espérance mathématique de X.

29

Un récepteur radio possède cinq (05) transistors dont deux (02) défectueux. On effectue simultanément un contrôle sur deux (02)

- 1) Combien y-a-t-il de contrôles possibles ?
- 2) Soit X la variable aléatoire égale au nombre de transistor défectueux décelés lors des contrôles.
- a- Détermine l'ensemble des valeurs prises par X.
- b- Détermine la loi de probabilité de X.
- c- Calcule l'espérance mathématique, la variance et l'écart-type de X.

30

Une urne contient un jeton marqué 1 ; deux jetons marqués 2 et x jetons marqués 3 ($x \geq 2$). On tire simultanément 2 jetons de l'urne. On suppose que le tirage est équiprobable et on désigne par X la variable aléatoire égale à la somme des points marqués sur les 2 jetons extraits de l'urne.

- 1) a- Détermine les valeurs prises par X.
- b- Détermine en fonction de x la loi de probabilité de X.
- 2) a- Démontre que l'espérance mathématique $E(X) = \frac{6x^2 + 22x + 20}{x^2 + 5x + 6}$
- b- Détermine la valeur de x pour que $E(X)$ soit égale 5.

31 Soit le tableau ci – dessous donnant la loi de probabilité de fabrication de voiture d'une société

X	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{7}$

- 1) Calcule l'espérance mathématique
- 2) Calcule la variance puis en déduis l'écart – type
- 3) Donne la fonction de répartition de la variable aléatoire X de cette loi de probabilité puis faite sa représentation le graphique.

32 Une étude statistique faite an le nombre de vente de voiture en une journée par un de ses représentants a conduit à la loi de probabilité suivante pour la variable aléatoire X prenant pour valeurs le nombre de ces ventes.

X	0	1	2	3	4	5 et plus
$P(X = x_i)$	0,15	0,40	0,30	0,10	0,05	0

- 1) Dresse le tableau de la fonction de répartition F de la variable aléatoire X et représente cette fonction dans le plan rapporté à un repère orthogonal convenable
- 2) Calcule l'espérance mathématique $E(X)$ et la variance $V(X)$ de la variable X .

33 Un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6 à été piqué de telle sorte que les six faces ne sont pas équiprobables. On note P_n la probabilité d'obtenir le chiffre n lors d'un lancé de dé avec $n \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

D'autre part les nombres $P_1; P_2; P_3; P_4; P_5$ et P_6 dans cet ordre, sont six termes consécutifs d'une suite arithmétique et que $P_1 \times P_4 = (P_2)^2$.

- 1) Calcule la probabilité d'apparition de chaque numéro.
- 2) On lance ce dé une fois et on considère les événements suivants :
 A : « Le nombre obtenu est pair ».
 B : « Le nombre obtenu est supérieur ou égal à 3 ».
 a- Calcule la probabilité de chacun des événements A et B .
 b- Calcule la probabilité pour que le nombre obtenu soit supérieur ou égal à 3 sachants qu'il est pair.
 c- Les événements A et B sont t-ils indépendants ?
- 3) On utilise ce dé pour un jeu. On dispose :
 - D'une urne U_1 contenant une boule blanche et trois boules noires.
 - D'une urne U_2 contenant deux boules blanches et une boule noire.

Le joueur lance le dé :

- S'il obtient un nombre pair, il extrait au hasard une boule de l'urne U_1 .
 - S'il obtient un nombre impair, il extrait au hasard une boule de l'urne U_2 .
- 4) On suppose que les tirages sont équiprobables et le joueur est déclaré gagnant lorsqu'il tire une boule blanche, on note G cet événement.
 a- Calcule la probabilité de tirer une boule blanche de l'urne U_1 puis en déduis la probabilité de l'évènement $G \cap A$. Détermine ensuite la probabilité de l'évènement G .
 b- Le joueur est gagnant. Détermine la probabilité qu'il ait obtenu un nombre pair lors du lancer du dé.

34

Une urne contient des boules noires et des boules rouges. Chaque boule noire porte un nombre entier de trois chiffres multiples de 179 et chaque boule rouge porte un nombre entier de trois chiffres multiples de 159.

Ces boules sont indiscernables au toucher.

- 1) Trouve le nombre maximal de boules de chaque couleur dans l'urne. (On pourra utiliser les suites arithmétiques).
- 2) On suppose que l'urne contient cinq boules noires et quinze boules rouges. On considère le jeu suivant : la mise est de 200 F pour chaque partie. Le joueur tire une boule de l'urne :
 - Si elle est noire, on lui donne 500 F et la partie est terminée.
 - Si elle est rouge, il la remet dans l'urne et procède à un second tirage.
 - Si la seconde boule tirée est noire, on lui donne 300 F et la partie est terminée.
 - Si la deuxième boule tirée est rouge, il la remet dans l'urne et procède à un troisième tirage et dernier tirage.
 - Si la troisième boule tirée est noire, on lui donne 100 F.
 - Si la troisième boule tirée est rouge, il n'a rien.
- 3) On désigne par X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur.
 - a- Donne la loi de probabilité de X .
 - b- Calcule la probabilité P pour que X soit positive.
 - c- Peut-on espérer gagner ce jeu ?
 - d- Un joueur fait cinq parties successives. Qu'elle est la probabilité pour qu'il ait exactement trois fois un gain positif lors de ces cinq parties ?

35

Un fermier possède dans sa ferme x chevaux ; y vaches ; z moutons et t chèvres.

On suppose que les nombres x ; y ; z et t sont dans cet ordre, les termes consécutifs d'une suite arithmétique.

1) Sachant qu'il ya 5 chevaux et que le nombre total des animaux de la ferme est 56, détermine les nombres x ; y ; z et t .

2) Dans l'obscurité totale, un voleur s'infiltré dans la ferme et emporte simultanément 3 animaux.

Sachant que le prix de vente d'un cheval est 100.000 F ; celui d'une vache est 67.000 F ; celui d'un mouton est 43.000 F et celui d'une chèvre est 12.500 F, détermine la probabilité des évènements suivants :

- a) La perte du fermier est minimale.
 - b) La perte du fermier est maximale.
 - c) La perte du fermier est 210.000 F.
 - d) La perte du fermier est 98.500 F.
- 3) On désigne par X la variable aléatoire prenant pour valeurs le nombre de chevaux parmi les animaux volés cette nuit.
- a) Précise l'ensemble des valeurs possibles de X .
 - b) Détermine la loi de probabilité de X .
 - c) Calcule l'espérance mathématique $E(X)$.

Epreuve de Bernoulli – Loi Binomiale

36

On suppose que la probabilité de faire un garçon est $\frac{1}{4}$. Une famille a 5 enfants.

Calcule la probabilité pour qu'il y ait exactement 3 garçons.

37

Les faces d'un dé cubique sont numérotées respectivement 6 ; 6 ; 6 ; 5 ; 4 et 3.

On suppose que lors d'un lancer, la probabilité d'apparition de chaque face est kx , où x est le numéro de chaque face et k un nombre réel.

- 1) Montre que $k = \frac{1}{30}$.
- 2) Détermine la probabilité d'obtenir deux fois le numéro 6 au cours de 4 lancers

38

L'objectif de cet exercice est de déterminer lesquels des avions à 2 ou 4 moteurs sont les plus sûrs.

Un avion ne s'écrase pas tant que la moitié au moins de ses moteurs fonctionne. Les moteurs d'un avion tombent en panne de manière indépendante.

Partie A : Dans cette partie on prend $p = 0,1$

- 1) Calculons la probabilité pour qu'un avion à 2 moteurs s'écrase.
- 2) Calculons la probabilité pour qu'un avion à 4 moteurs ait ses 4 moteurs en panne.
- 3) Calculons la probabilité pour qu'un avion à 4 moteurs ait exactement 3 moteurs en panne
- 4) En déduis la probabilité pour qu'un avion à 4 moteurs s'écrase.

Partie B : On revient au cas général

- 1) Soit $f(p)$ la probabilité pour qu'un avion à 2 moteurs s'écrase.

Démontre que $f(p) = p^2$

- 2) Soit $g(p)$ la probabilité pour qu'un avion à 4 moteurs s'écrase.

Démontre que $g(p) = p^2 (-3p^2 + 4p)$

- 3) On pose $h(p) = f(p) - g(p)$.

a-Etudie le signe de $h(p)$ en fonction de p .

b-En déduis, suivant les valeurs de p dans quels avions il vaut mieux monter.

39

Sur une autoroute, deux carrefours successifs sont munis de feux tricolores A et B.

La couleur du feu B est indépendante de celle du feu A.

La probabilité que le feu A soit vert est $\frac{3}{4}$.

La probabilité que le feu B soit vert est $\frac{1}{2}$.

La probabilité de couleur orange est toujours nulle.

1) Un automobiliste passe aux deux carrefours

a- Calcule la probabilité qu'il rencontre deux feux verts.

b- Calcule la probabilité qu'il rencontre au moins un feu vert.

2) On ne s'occupe plus que du feu A.

Un automobiliste passe quatre fois à ce carrefour.

X est la variable aléatoire qui a pour valeur le nombre de feux verts que l'automobiliste rencontre.

a- Trouve la loi de probabilité de X .

b- Calcule l'espérance mathématique $E(X)$ de X . Pouvaient-on prévoir ce résultat ?

40

On dispose de deux urnes U_1 et U_2 .

L'urne U_1 contient 2 boules blanches et 4 boules vertes.

L'urne U_2 contient 4 boules blanches et 2 boules vertes.

Dans chaque urne les tirages sont équiprobables et les urnes ont la même probabilité d'être choisies. On choisit au hasard l'une des urnes et l'on extrait une boule que l'on ne remet dans aucune urne ; si la boule est verte, on recommence le tirage dans la même urne ; si la boule est blanche, on recommence le tirage dans l'autre urne.

1) Montre que la probabilité de tirer deux boules blanches est $\frac{2}{9}$.

2) Soit X la variable aléatoire qui prend la valeur $+1$ si l'on obtient deux boules de la même couleur et -1 pour deux couleurs distinctes.

Donne la loi de probabilité de X ; son espérance mathématique $E(X)$ et son écart-type $\delta(X)$.

3) On dit que l'on a obtenu un succès si les deux boules sont de même couleur.

On répète l'expérience précédente 5 fois de suite.

Y est la variable aléatoire qui comprend pour valeur le nombre de «succès» parmi ces 5 épreuves.

Quelle est la probabilité P d'avoir 4 succès exactement ?

Donne une valeur approchée de P à 10^{-1} près par excès. Calcule son espérance mathématique $E(Y)$ et son écart-type $\delta(Y)$