



INSTITUT MBACKÉ MATHS

COURS PRIVÉS EN LIGNE

(+221) 70 713 09 21

Matière : MATHÉMATIQUES

Niveau : Terminale S2

FONCTIONS NUMÉRIQUES

Série d'exercices

❖ **Exercice 1** : Corrigé en vidéo : <https://youtu.be/KIOp5Wl318g>

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sin x}$

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - 1}{\sin 2x}$

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1 - \cos x)}{\sin 3x - 3 \sin x}$

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x + \sin x}{1 - \cos x - \sin x}$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \pi x}{\sin^2 x}$

6) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin x - 1}{\sin^2 x}$

7) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{2x - \frac{\pi}{2}}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 3x}$

9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx}$

10) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \sin \frac{x}{2}}{\pi - x}$

11) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos \left(\frac{\pi x^2 + 1}{3x^2 - x} \right)$

12) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{x - 1}$

13) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\cos x - \frac{1}{2}}{x - \frac{\pi}{3}}$

14) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \cos x - \sqrt{3}}{6x - \pi}$

❖ **Problème 1** : Corrigé en vidéo : <https://youtu.be/KIOp5Wl318g>

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 2}, & x > 1 \\ \sqrt{|x^2 - x|}, & x \leq 1 \end{cases}$$

1) Etudier la continuité et la dérivabilité de g en 0 et en 1.

Interpréter graphiquement ces résultats

2) Préciser D_g , puis calculer $g'(x)$ dans les intervalles où g est dérivable.

3) Etudier les variations de g .

4) Dresser le tableau de variation de g .

5) Soit h la restriction de g à $]-\infty; 0[$.

a) Montrer que h est une bijection de $]-\infty; 0[$ vers un intervalle J à préciser

b) Soit h^{-1} la restriction de h .

h^{-1} est-elle dérivable sur J ?

c) Montrer que h^{-1} est dérivable en $\sqrt{2}$.

d) Calculer $(h^{-1})'(\sqrt{2})$.

❖ **Problème 2 :**

Soit la fonction f définie par
$$f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x|, & x < 0 \\ x \cdot \sqrt{\frac{x}{|x-1|}}, & x \geq 0 \end{cases}$$

1) Montrer que $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

2) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en $x_0 = 0$.

Interpréter les résultats obtenus.

3) Calculer les limites de f aux bornes de D_f .

4) Etudier les branches infinies de C_f .

5) Préciser $D_{f'}$ et calculer $f'(x)$ dans les intervalles où f est dérivable.

6) Dresser le tableau de variation de f .

7) Soit h la restriction de f sur l'intervalle $I = [0 ; 1]$.

a) Montrer que h réalise une bijection de I sur un intervalle J à préciser.

b) Donner le domaine de définition de h^{-1} .

c) h^{-1} est-elle dérivable en 0 ? Justifier.

d) Dresser le tableau de variation de h^{-1} puis construire C_f et $C_{h^{-1}}$.

❖ **Problème 3 :**

Soit la fonction f définie par
$$f(x) = \begin{cases} -x + \sqrt{x^2 + 4}, & x < 0 \\ \sqrt{|4 - x^2|}, & x \geq 0 \end{cases}$$

1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f puis calculer les limites de f aux bornes de D_f .

2) Ecrire $f(x)$ sans le symbole de la valeur absolue.

3.a) Etudier la continuité de f en 0.

b) Etudier la dérivabilité de f en 0. Interpréter les résultats.

c) Etudier la dérivabilité de f en 2. Interpréter les résultats.

4) Calculer $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de f .

5) Etudier les branches infinies.

6) Montrer qu'il existe un unique $\alpha \in [0 ; 2]$ solution de l'équation $f(x) = x$.

Vérifier que $\alpha \in \left]1 ; \frac{3}{2}\right[$.

Que représente graphiquement α .

7) Tracer soigneusement C_f dans un repère orthonormé.

8) Soit g la restriction de f sur $]2 ; +\infty[$.

a) Montrer que g admet une bijection réciproque dont on précisera son ensemble de définition et ses variations.

b) Etudier la dérivabilité de g^{-1} . Calculer $(g^{-1})'(\sqrt{5})$.

9. a) Montrer que $\forall x \in \left[1 ; \frac{3}{2}\right], |f'(x)| \leq \frac{3\sqrt{7}}{7}$.

b) En déduire que $|f(x) - \alpha| \leq \frac{3\sqrt{7}}{7} |x - \alpha|$.

❖ **Problème 4 :**

Partie A

1) Soit g la fonction définie sur $]1 ; +\infty[$ par $g(x) = x^2\sqrt{x^2 - 1} - 2$.

a) Etudier les variations de g .

b) Calculer $g(\sqrt{2})$.

c) Déduire de ce qui précède le signe de g sur $]1 ; +\infty[$.

Partie B

2) Soit f la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} \frac{-2x^2 + 5x + 1}{2(x + 1)}, & x < 1 \\ \frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x}, & x \geq 1 \end{cases}$

- a) Déterminer le domaine de f .
- b) Calculer les limites aux bornes de D_f puis en déduire la nature des branches infinies.
- c) Montrer que pour tout réel $x \in [1 ; +\infty[$, $\frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} < 1$.

En déduire la position relative de C_f par rapport à son asymptote oblique.

- d) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 1.

Interpréter graphiquement les résultats.

- e) Calculer $f'(x)$ dans les intervalles où f est dérivable.
- f) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

3) Soit h la restriction de f sur $] -\infty ; -3]$.

- a) Montrer que h réalise une bijection de $] -\infty ; -3]$ vers $] \text{ à préciser}$.
- b) Montrer que h^{-1} est dérivable en 9,5 et calculer la valeur exacte de $(h^{-1})(9,5)$.
- c) Construire C_f et $C_{f^{-1}}$.

❖ **Problème 5 :**

Partie A

- 1) Soit g la fonction définie par $g(x) = 2 - \sqrt{-x}$.
- a) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation.
- b) Calculer $g(-4)$, en déduire le signe de g .

Partie B

- 2) Soit f la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} x - 6 + 4\sqrt{-x}, & x \leq -1 \\ \frac{2x^2 + 7x - 7}{2|-x + 1|}, & x > -1 \end{cases}$

- a) Justifier que $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- b) Etudier la continuité de f en -1 .
- c) Etudier la dérivabilité de f en -1 . Interpréter les résultats.
- d) Calculer les limites aux bornes de D_f puis étudier la nature des branches infinies de la courbe de f .
- d) Calculer la dérivée de f dans les intervalles où f est dérivable.
- f) Déterminer le sens de variation de f .

3) Soit h la restriction de f sur $I = [-4 ; 0]$.

a) Montrer que h est bijective de I vers J à préciser.

b) Préciser $(D_{h^{-1}})'$ puis dresser le tableau de variation de h^{-1} .

c) Calculer $h\left(\frac{1}{2}\right)$ puis $(h^{-1})'\left(-\frac{10}{3}\right)$.

d) Montrer que $\forall x \in [-4 ; -1], -1 \leq h'(x) \leq 2$.

En déduire que $\forall x \in [-4 ; -1], -(x+4) \leq h(x) - h(4) \leq 2(x+4)$.

En déduire un encadrement de $h(x)$.

e) Construire la courbe de f dans un repère orthogonal (unité 1 cm).

❖ **Problème 6 :**

1) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 4x^3 - 3x - 8$.

a) Etudier le sens de variation de g sur $\mathbb{R}$.

b) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution notée α puis donner un encadrement de α d'amplitude 0,1.

c) Déterminer le signe de $g(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.

2) Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^3 + 1}{4x^2 - 1}$

a) Déterminer $f'(x)$ et l'exprimer en fonction de $g(x)$.

Démontrer que $f(\alpha) = \frac{3}{8}\alpha$. En déduire un encadrement de $f(\alpha)$.

Institut

MBACKÉ MATHS

Plus vous vous exercez, plus vous vous améliorez



INSTITUT MBACKÉ MATHS

Cours privées en ligne International en MATHS, PC, SVT



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$



$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2} \right)$$

$$-b \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$V = Lwh$$

$$\int_a^b f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx$$

Cours privés en ligne international

(Année 2023-2024)

Niveau

Terminale S2 // S1

Première S2 // S1

3eme

Seconde S

Options au choix

Option A Maths - PC -SVT

Option B Maths - PC

Option C Maths

Annales avec correction en vidéo réservés aux élèves des cours en ligne

Les cours débutent le 7 Novembre 2023.

Les inscriptions ont démarrées et se poursuivent

Inscrivez-vous maintenant au +221 70 713 09 21



Faites-vous encadrer par des **professeurs réputés au Sénégal**



Obtenez notre fascicule réservés aux membres des cours en ligne de l'Institut Mbacké Maths



Faites parti des **meilleurs de votre classe** et réussissez votre année avec distinction



Mbacké Maths

Visitez notre chaine Youtube



+221 70 713 09 21



mbaces883@gmail.com



Dakar, Sénégal