

COURS PRIAMS



PREPABAC 2026

MATHEMATIQUES



"PROBLEMES"

*Opération un exercice par jours
du 29/12/25 au 04/01/26*

M. MOUHAMAD SARRE

70647469 / 65360170

Problème 1 : Lundi 29 décembre 2025

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{2x^3+3}{x^2-1}$.

On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (Unité graphique : 2cm)

Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = -x^3 + 3x + 3$.

- 1) Etudie les variations de g et dresse son tableau de variation.
- 2) a) Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α telle que $2,1 < \alpha < 2,2$.
b) Détermine le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x .

Partie B : Etude de la fonction principale f

- 1) a) Détermine l'ensemble de définition de f .
b) Etudie les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
- 2) a) Montre que $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}, f'(x) = -\frac{2xg(x)}{(x^2-1)^2}$.
b) En déduis le sens de variation de f et dresse son tableau de variation.
- 3) a) Détermine les réels a, b, c et d tels que : $f(x) = ax + b + \frac{cx+d}{x^2-1}$.
b) En déduis que la courbe $(\mathcal{C})$ admet une asymptote oblique $(\mathcal{D})$ dont on donnera une équation cartésienne.
c) Etudie la position relative de $(\mathcal{D})$ et $(\mathcal{C})$.
- 4) Montre que $f(\alpha) = 3\alpha$.
- 5) Trace $(\mathcal{D})$ et $(\mathcal{C})$.

Problème 2 : Mardi 30 décembre 2025

Partie A :

On donne la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 - 3x - 4$.

- 1) Etudie les variations de g et dresse son tableau de variation.
- 2) Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α et que $2,19 < \alpha < 2,20$.
- 3) En déduis le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Partie B :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^3+2x^2}{x^2-1}$.

On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) . (Unité graphique : 2cm)

- 1) a) Détermine le domaine de définition de f , puis calcule les limites aux bornes de son ensemble de définition.
b) Interprète graphiquement le résultat des limites de f en -1 et 1 .
- 2) a) Montre que $\forall x \in D_f, f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2-1)^2}$.
b) En déduis le sens de variation de f et dresse son tableau de variation.
- 3) a) Démontre que la droite $(\mathcal{D})$ d'équation $y = x + 2$ est asymptote oblique à $(\mathcal{C})$ en $-\infty$ et $+\infty$.
b) Détermine les coordonnées du point d'intersection entre $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{D})$.
c) Etudie les positions relatives de $(\mathcal{C})$ par rapport à $(\mathcal{D})$.
- 4) Trace $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{D})$.

Problème 3 : Mercredi 31 décembre 2025

Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$.

- 1) Calcule les limites de g en $-\infty$ et $+\infty$.
- 2) Etudie les variations de g et dresse son tableau de variation.
- 3) a) Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α telle que $1,6 < \alpha < 1,7$.
b) Détermine le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x .

Partie B : Etude de la fonction principale

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{1-x}{1+x^3}$.

On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) . (Unité graphique : 2cm)

- 1) Détermine l'ensemble de définition de f .
- 2) a) Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
b) Interprète graphiquement le résultat les résultats obtenus.

M. SARRE

70647469

65360170

- 3) a) Montre que $\forall x \in \mathbb{R} - \{-1\}, f'(x) = \frac{g(x)}{(1+x^3)^2}$
 b) En déduis le sens de variation de f et dresse le tableau de variation de f .
- 4) a) Détermine l'équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0.
 b) Etudie la position relative de (T) et (C).
- 5) Trace (C) et (T).

Problème 4 : Jeudi 01 janvier 2026

Partie A :

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x^3 + 2x - 2$.

- 1) Calcule les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.
 2) a) Calcule la dérivée g' de la fonction g ; en déduis que la fonction g est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
 b) Dresse le tableau de variation de g .
 3) a) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α .
 b) Justifie que $0,7 < \alpha < 0,8$.
 c) Donne un encadrement de α d'amplitude 0,01.

- 4) Démontre que : $\begin{cases} \forall x \in]-\infty; \alpha[, g(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) > 0 \end{cases}$

M. SARRE

70647469

65360170

Partie B :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^3 - 2x + 1}{x^2}$.

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J). (Unité graphique : 2 cm)

- 1) a) Détermine l'ensemble de définition de f .
 b) Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
 2) a) Démontre que la droite (D) d'équation $y = x$ est une asymptote à la courbe (C) en $-\infty$ et en $+\infty$.
 b) Etudie les positions relatives de (D) par rapport à (C).
 3) a) Démontre que $\forall x \in \mathbb{R} - \{0\}, f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$.
 b) En déduis le sens de variation de f et dresse le tableau de variation de f .
 4) Détermine les coordonnées du point A où la tangente (T) à (C) est parallèle à (D).
 5) Détermine une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1.
 6) Construis les droites (D) et (T), puis la courbe (C).

Problème 5 : Vendredi 02 janvier 2026

Partie A :

On donne la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 + 3x + 8$.

- 1) Etudie les variations de g et dresse son tableau de variation.
 2) Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet sur $\mathbb{R}$ une solution unique α dont on donnera un encadrement d'amplitude 0,01.
 3) En déduis le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Partie B :

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^3 - 4}{x^2 + 1}$.

Soit C_f sa courbe représentative dans le repère orthonormé ($O; \vec{i}; \vec{j}$).

- 1) Détermine le domaine de définition de f . Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition D_f .
 2) Montre que $\forall x \in \mathbb{R}$ on a : $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 + 1)^2}$. En déduis les variations de f .
 3) a) Détermine les réels a, b, c et d tels que : $f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{x^2 + 1}$.
 b) En déduis que C_f admet une asymptote oblique (Δ) et étudie la position de C_f par rapport à (Δ).
 Vérifie en particulier que C_f rencontre (Δ) en un point unique A.
 5) Détermine les abscisses des points B et B' de C_f admettant une tangente parallèle à (Δ).
 6) Démontre que $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$. En déduis une valeur approchée de $f(\alpha)$.
 7) Trace C_f et (Δ).

Problème 6 : Samedi 03 janvier 2026

Soit la fonction numérique f à variable réelle x définie par $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$.

On désigne par (Cf) la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Montre que (Cf) admet deux asymptotes dont on déterminera les équations.

2) Précise la position de (Cf) par rapport à son asymptote oblique.

3) Etudie les variations de f .

4) Existe-t-il des points de la courbe où la tangente a pour coefficient directeur $\frac{3}{4}$?

Si oui trouve les équations de ces tangentes en ces points.

5) Trace la courbe (Cf) et ses asymptotes dans le plan muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

6) Montre que la restriction g de f à l'intervalle $I =]1 ; 2]$ est une bijection de I vers un intervalle J que l'on précisera.

7) a) Calcule $(h^{-1})'(\frac{5}{2})$.

b) Dresse le tableau de variation de h^{-1} puis trace sa courbe représentative dans le même repère que celle de f .

Problème 7 : Dimanche 04 janvier 2026

Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x^3 - 3x + 4$.

1) Calcule les limites de g en $-\infty$ et $+\infty$.

2) Etudie les variations de g et dresse son tableau de variation.

3) a) Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $\mathbb{R}$.

b) Donne un encadrement de α à 10^{-2} près.

c) Détermine le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x .

Partie B : Etude de la fonction principale

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^3 - 2}{x^2 - 1}$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) . (Unité graphique : 2cm)

1) Justifie que l'ensemble de définition de f est $Df = \mathbb{R} - \{-1 ; 1\}$.

2) a) Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

b) Interprète graphiquement le résultat des limites de f en -1 et 1 .

3) a) Montre que $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1 ; 1\}, f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 - 1)^2}$

b) En déduis le sens de variation de f et dresse le tableau de variation de f .

4) Montre que $f(\alpha) = \frac{3(\alpha - 2)}{\alpha^2 - 1}$.

5) a) Montre que la droite (Δ) d'équation $y = x$ est asymptote à (C) .

b) Etudie la position relative de (Δ) et (C) .

6) Trace (C) et (Δ) .

Partie C : Etude d'une bijection

Soit h la restriction de f à l'intervalle $]1 ; +\infty[$.

1) Montre que h réalise une bijection de $]1 ; +\infty[$ vers un intervalle K que l'on précisera.

2) a) Soit h^{-1} la bijection réciproque de h et $(C_{h^{-1}})$ sa représentation graphique. Dresse le tableau de variation de h^{-1} .

b) Calcule $(h^{-1})'(2)$.

3) Trace $(C_{h^{-1}})$ dans le même repère que (C) .

M. SARRE
70647469
65360170