

Sujet de révision TSEXP

EXERCICE 1.....(5 points)

M. Keita désire construire une maternité dans son village. La maternité comprend six blocs pouvant abriter les femmes et leur bébé. Chaque bloc a une longueur $L = 5|Z_A| m$ et une largeur $l = 4|Z_B| m$. Chaque bloc comprend $n = |Z_C|$ chambres, où Z_A , Z_B et Z_C sont les solutions de l'équation $f(Z) = 0$ avec $f(Z) = Z^3 - (2 + 5i)Z^2 + 2(2 + 5i)Z - 20i$.

1) a- Vérifie que si Z_0 est solution de l'équation $f(Z) = 0$ alors $\overline{Z_0}$ en est aussi.

b- Calcule $f(1 + i\sqrt{3})$ puis en déduis les autres solutions de l'équation $f(Z) = 0$.

On notera par Z_A celle dont la partie imaginaire est positive, par Z_B celle dont la partie imaginaire est négative et par Z_C la solution imaginaire pure.

2) a- Détermine les dimensions de la maternité.

b- Détermine le nombre total de chambres N de cette maternité.

3) Le hangar qui sert de lieu de vaccination pour bébé a la forme de l'ensemble (H) suivant : $|Z - 4 - 5i| = 6$. Détermine la forme géométrique et les dimensions du hangar.

EXERCICE 2.....(5 points)

I// Soient u_n et v_n deux suites définies par : $\begin{cases} u_1 = 1 \\ (u_{n+1})^2 = u_n \times e \end{cases}$ et $v_n = \ln(u_n) - a$

($a \in \mathbb{R}^*$).

1) a- Calcule u_1 , u_2 et u_3 puis met les résultats sous la forme e^k où $k \in \mathbb{R}$.

b- En déduis une écriture simplifiée de v_1 , v_2 et v_3 en fonction de a .

2) Détermine le réel a pour que v_n soit une suite géométrique.

3) Exprime v_n puis u_n en fonction de n .

II//Résous les équations différentielles suivantes :

1) $y'' + 2y' + 2y = 0$; 2) $y'' - \sin x + e^{-x} = 0$; 3) $2xy + y'x^2 - e^x = 0$

PROBLEME.....(10 points)

Partie A : Soient (E_1) et (E_2) les équations différentielles données respectivement par :

$(E_1) : y' - 2y = xe^x$ et $(E_2) : y' - 2y = 0$

1) Résous (E_2) .

2) Soient a et b deux réels et u la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = (ax + b)e^x$.

a- Détermine a et b pour que u soit solution de l'équation (E_1) .

b- Montre qu'une fonction v est solution de l'équation (E_1) si et seulement si $u - v$ est solution de (E_2) .

c- En déduis l'ensemble des solutions de (E_1) .

3) Détermine la solution de l'équation (E_1) qui s'annule en 0.

Partie B : Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2e^x - x - 2$.

1) Dresse le tableau de variation de g .

2) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet deux solutions réelles dont l'une est 0 et l'autre α telle que $-1,6 \leq \alpha \leq -1,5$.

3) En déduis le signe de $g(x)$.

Partie C : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{2x} - (x + 1)e^x$

Soit (Cf) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

1) Dresse le tableau de variation f .

2) a- Montre que $f(\alpha) = -\frac{\alpha^2 + 2\alpha}{4}$ puis donne un encadrement de $f(\alpha)$ à 10^{-2} près.

b- Trace (Cf)

3) Calcule puis hachure l'aire du domaine plan limité par (Cf) , l'axe (Ox) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$. (on prendra pour unité graphique 2 cm).