

En utilisant le **théorème 2** de l'inégalité des accroissements finis sur $[4; 5]$, montre que : $|f'(x)| \leq \frac{3}{4}$ puis en déduis que $|f(x) - \frac{15}{2}| \leq \frac{3}{4} |x - 5|$

Etudes de fonctions

Analyse et interprétation d'un tableau de variation.

15 1) En utilisant le tableau de variation de la fonction f dans chacun des cas suivants, détermine :

- Le domaine de définition Df .
- Les limites aux bornes de Df .
- L'équation ci-possible des asymptotes.
- Les extremums ci-possible.

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	1	$-\infty$	$+\infty$	2	$+\infty$

2) f est une fonction numérique à variable réelle x satisfaisant aux conditions suivantes :

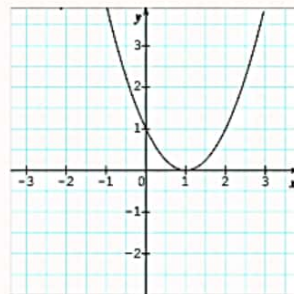
- f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
- $f(1) = f(3) = 0$; $f(2) = -1$; $f(0) = 1$; $f'(0) = f'(2) = 0$.
- $\forall x \in]-\infty; 0[\cup]2; +\infty[, f'(x) > 0$; et $\forall x \in]0; 2[, f'(x) < 0$.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^+$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x + 2] = 0^-$

- Dresse le tableau de variation de f .
- Précise le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .
- Détermine l'équation des asymptotes à la courbe (C) de f .

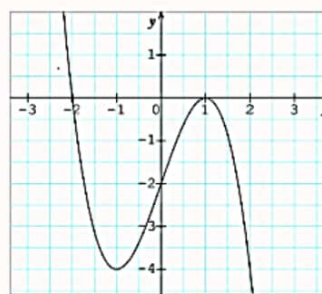
Analyse et interprétation d'un graphique.

16 On désigne par (Cf) , la courbe représentative d'une fonction f . En utilisant (Cf) , détermine dans chacun des cas :

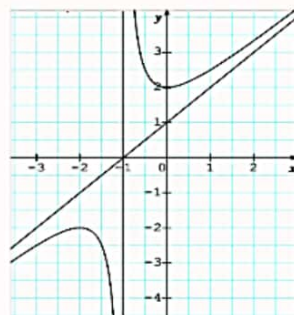
- Le domaine de définition Df de la fonction f .
- Les limites aux bornes de Df .
- L'équation ci-possible des asymptotes.
- Le tableau de variation de f .



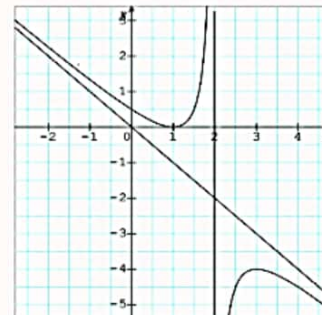
(a)



(b)



(c)



(d)

Séquence 2....s. TSEXP.pdf

Fichiers de Phoenix



Fonctions d'initialisations.

17 Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$

Soit C_f sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1) Détermine l'ensemble de définition D_f .
- 2) Calcule les limites aux bornes de D_f .
- 3) Détermine les réels a ; b et c tel que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1}$
- 4) a- Montre que la droite (D) d'équation $y = ax + b$ est asymptote à la courbe C_f .

TD Fonctions numériques. Prof : Idrissa DEMBELE. Tél : 79298938

Page 4

b- Détermine la position de la courbe C_f et de la droite (D) .

- 5) Montre que le point $I\left(-\frac{1}{2}\right)$ est centre de symétrie pour la courbe C_f .
- 6) Détermine une équation de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse -2
- 7) Calcule la dérivée f' de la fonction f puis dresse le tableau de variation de f .
- 8) Construis la courbe C_f et la droite (D) dans le même repère.

18 Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{-x + 2}$

Soit C_f sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1) Dresse le tableau de variation de f .
- 2) Détermine les réels a ; b et c tel que $f(x) = ax + b + \frac{c}{-x + 2}$
- 3) a- Montre que la droite (D) d'équation $y = ax + b$ est asymptote à la courbe C_f
b- Détermine la position de la courbe C_f et de la droite (D) .
- 4) Montre que le point $I\left(\frac{2}{3}\right)$ est centre de symétrie pour la courbe C_f .
- 5) Détermine une équation de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse nul.
- 6) Construis la courbe C_f et la droite (D) dans le même repère.

4

19 Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^3 + ax^2 + bx + c}{mx^2 + nx + p}$

Soit C_f sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

Détermine les réels a ; b ; c ; m ; n et p tel que :

- C_f admet comme asymptote les droites $x = 2$ et $x = -1$.
- C_f passe par les points $A\left(-\frac{1}{2}\right)$ et $B\left(\frac{2}{3}\right)$ et admet au point $B\left(\frac{2}{3}\right)$ une tangente de coefficient directeur -3 .

20 Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^3 - 9x}{2(x^2 - 1)}$

Soit C_f sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1) Dresse le tableau de variation de f .
- 2) Précise les asymptotes à la courbe C_f .
- 3) Soit Δ l'asymptote non parallèle aux axes de coordonnées, détermine la position de C_f par rapport à Δ dans l'intervalle $] -1; 1[$.
- 4) Construis C_f .

21 Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 4}{2x}$ et C_f sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1) Étudie et construis la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- 2) Montre que le point d'intersection des asymptotes est un centre de symétrie de C_f .
- 3) Discute graphiquement suivant les valeurs de m l'existence et le signe des racines de l'équation : $x^2 + 2(1 - m)x + 4 = 0$
- 4) Montre que la restriction h de f à l'intervalle $I = [2; +\infty[$ est une bijection de I sur un intervalle J que l'on précisera.
- 5) Construis la courbe représentative de la fonction réciproque h^{-1} de h dans le même repère que C_f .

TD Fonctions numériques. Prof : Idrissa DEMBELE. Tél : 79298938

Page 5



Tourner



Rechercher



Partager



pour abscisse $\frac{1}{2}$.

- 3) Etudie les fonctions f_0 et f_1 puis représente leur courbe respective courbe (C_0) et (C_1) .

Fonctions auxiliaires.**27**Partie A : Soit la fonction g définie par : $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$

- 1) Dresse le tableau de variation de g .
- 2) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ a une solution unique α dans l'intervalle $]1,6; 1,7[$.
- 3) Donne le signe de $g(x)$ dans l'intervalle $] -1; +\infty [$.

Partie B : Soit la fonction f définie sur $] -1; +\infty [$ par $f(x) = \frac{1-x}{1+x^3}$ Soit Cf sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1) a) Etudie la dérivabilité de f sur $] -1; +\infty [$.
b) Calcule $f'(x)$ puis établis que $f'(x) = \frac{g(x)}{(1+x^3)^2}$
- 2) Dresse le tableau de variation de f .
- 3) Détermine les équations des asymptotes à la courbe Cf de f .
- 4) Place α puis trace Cf .
- 5) Soit h la restriction de f à l'intervalle $[2; +\infty [$.
Montre que h réalise une bijection de $[2; +\infty [$ sur un intervalle J que l'on précisera.
- 6) Trace Ch^{-1} où h^{-1} est la bijection réciproque de h , restriction de f sur $[2; +\infty [$.

28Partie A : On donne la fonction g définie par $g(x) = x^3 - 3x - 4$

- 1) Dresse le tableau de variation de g .
- 2) Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α et que $2,19 < \alpha < 2,20$
- 3) En déduis le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$

Partie B : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ par $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$ Soit Cf sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1) Dresse le tableau de variation de f .
- 2) a- Montre que la droite $(D): y = x + 2$ est asymptote oblique à la courbe Cf .
b- Etudie la position de Cf et (D) .
- 3) Trace Cf et (D) .

Fonction irrationnelle – Fonction avec valeur absolue.**29**Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x + \sqrt{x^2 + 8}$ Soit Cf sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1) a) Démontre que $\forall x \in \mathbb{R}$, on a : $x - \sqrt{x^2 + 8} < 0$
b) Etudie les limites de f aux bornes de Df . En déduis que la courbe Cf admet une asymptote horizontale dont on précisera une équation.
- c) Démontre que la droite (D) d'équation $y = -2x$ est asymptote à Cf en $-\infty$

- 2) a) Calcule $f'(x)$ puis en déduis de 1) a), le tableau de variation de f .
b) Trace Cf et (D) dans le même repère.

30Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{|x^2 + x| + 1}{|x| + 1}$ Soit Cf sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1) Détermine le domaine de définition de f et écris $f(x)$ sans les symboles "valeur absolue"
- 2) Etudie la dérivabilité de f en -1 puis en 0 . Donne interprète géométriquement les résultats
- 3) Dresse le tableau de variation de f .
- 4) Montre que les droites d'équations $y = -x - 2$ et $y = x$ sont asymptotes à Cf .
- 5) Trace Cf .

31Soit la fonction numérique f définie par $f(x) = \sqrt{|x^2 - 2x - 3|}$ Soit Cf sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1) Détermine l'ensemble de définition de f .
- 2) Ecris $f(x)$ sans le symbole valeur absolue.
- 3) Etudie la dérivabilité de f en $x_0 = -1$ et en $x_0 = 3$ puis interprète graphiquement les résultats.
- 4) Montre que la courbe Cf de f admet une asymptote oblique (Δ) au voisinage de $-\infty$ et une asymptote oblique (D) au voisinage de $+\infty$.
- 5) Dresse le tableau de variation de f .
- 6) Trace dans un repère orthonormé la courbe Cf de f .

32Soit la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x| \sqrt{\frac{x}{x-1}}$ Soit Cf sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1) Etudie la dérivabilité de f au point $x_0 = 0$.
- 2) Dresse le tableau de variation de f .
- 3) Trace la courbe Cf de f .

Problèmes**33**La fonction f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ est donnée par une partie de son tableau de variation.