



4

👉 On appelle puissance rationnelle du nombre x à l'exposant r le nombre x^r tel que :

$$x^r = x^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{x^p}$$

🍂📖 Exemples

$$\bullet 3^{\frac{2}{7}} = \sqrt[7]{3^2} = \sqrt[7]{9}$$

$$\bullet 4^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{4^3} = \sqrt{64} = 8$$

$$\bullet 5^{-\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{5^{-4}} = \sqrt[3]{\frac{1}{5^4}} = \sqrt[3]{\frac{1}{625}}$$

$$\bullet 9^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{9^1} = \sqrt[5]{9}$$

$$\bullet 2^{\frac{5}{-6}} = 2^{-\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{2^{-5}} = \sqrt[6]{\frac{1}{2^5}}$$

🍀📖 Propriété

Soient $a, b \in \mathbb{R}^+$ et $r, r' \in \mathbb{Q}$ on a :

$$\checkmark \quad a^r \times a^{r'} = a^{r+r'}$$

$$\checkmark \quad a^r \times b^r = (ab)^r$$



Propriété

Soient $a, b \in \mathbb{R}^+$ et $r, r' \in \mathbb{Q}$ on a :

$$\checkmark \quad a^r \times a^{r'} = a^{r+r'}$$

$$\checkmark \quad a^r \times b^r = (ab)^r$$

$$\checkmark \quad (a^r)^{r'} = a^{r \times r'}$$

$$\checkmark \quad \frac{1}{a^r} = a^{-r}$$

$$\checkmark \quad \frac{a^r}{a^{r'}} = a^{r-r'}$$

$$\checkmark \quad \frac{a^r}{b^r} = \left(\frac{a}{b}\right)^r$$



Propriété

1 La fonction $x \mapsto x^r$ est dérivable sur $]0; +\infty[$ et on a :

$$(\forall x \in]0; +\infty[) \quad (x^r)' = r x^{r-1}$$

2 Si u une fonction dérivable et strictement positif sur I alors la fonction u^r est dérivable sur I et on a :



$$\square \sqrt[n]{x} = x$$

$$\square \sqrt[n]{x} = \sqrt{x}$$

$$\square \sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$$

$$\square (\sqrt[n]{x})^n = \sqrt[n]{x^n} = x$$

Exemples

$$\star \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$$

$$\star \sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$$

Propriété 1

Soient $a \geq 0$ et $b \geq 0$

$$\blacklozenge \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b} \iff a = b$$

$$\blacklozenge \sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b} \iff a < b$$

$$\blacklozenge \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b}$$

$$\blacklozenge \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}, b \neq 0$$

Propriété 2



Propriété 2

Soient $a \geq 0$ et $b \geq 0$

$$\blacksquare a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

$$\blacksquare \sqrt[n]{a} = \sqrt[nm]{a^m}$$

$$\blacksquare \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$$

$$\blacksquare \sqrt[n]{a} \times \sqrt[m]{a} = \sqrt[nm]{a^{n+m}}$$

$$\blacksquare \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a^{n-m}} \quad a \neq 0$$



Propriété 3



la fonction : $x \rightarrow \sqrt[n]{x}$

est continue et strictement croissante sur l'intervalle $[0; +\infty[$



Dans un repère orthonormé



Remarque

Soient a et b deux réels positifs.

L'expression conjuguée de $\sqrt[3]{a} - b$
est $(\sqrt[3]{a})^2 + b\sqrt[3]{a} + b^2$

L'expression conjuguée de $\sqrt[3]{a} + b$
est $(\sqrt[3]{a})^2 - b\sqrt[3]{a} + b^2$

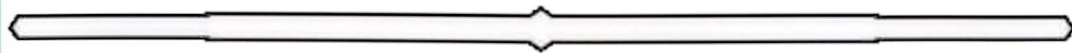
$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$



Propriété 4

Soit f une fonction positive sur un
intervalle I et $a \in I$



Si f est continue sur I alors la fonction :

$$\sqrt[n]{f}$$

est continue sur I



◇ Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ et $l \geq 0$

$$\text{alors } \lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{l}$$

◇ Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$

$$\text{alors } \lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = +\infty$$



Représentation graphique

