

LIMITES ET CONTINUITÉ

Livret de questions à choix multiple

2^e BAC · SCIENCES PHYSIQUES

Programme marocain · Mathématiques · Français

90

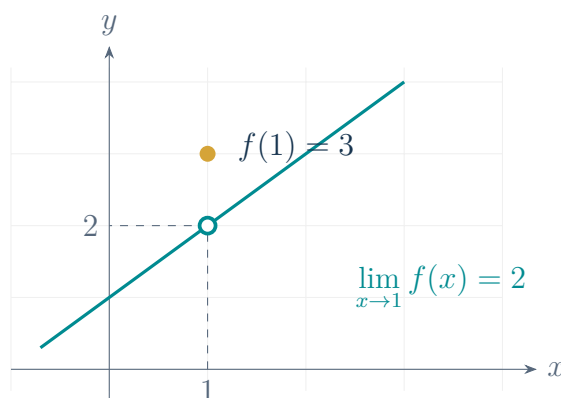
Questions originales

18

Séries progressives

30

Pages avec corrigés



Une limite décrit le voisinage d'un point.
La continuité relie cette limite à la valeur de la fonction.

Une seule bonne réponse par question. Méthodes essentielles, pièges classiques et justifications courtes. Le dessin illustre $f(x) = x + 1$ pour $x \neq 1$, avec $f(1) = 3$.

MODE D'EMPLOI

Un parcours en 18 séries

Consigne unique. Chaque question propose quatre réponses A, B, C et D. **Une seule est correcte.** Cocher une case et garder une trace du raisonnement sur une feuille. Une réponse approchée n'est admise que si elle est demandée.

Travailler efficacement

1. Lire le domaine et le sens d'approche : a^- , a^+ , $+\infty$ ou $-\infty$.
2. Chercher avant de regarder le corrigé. Compter environ 10 à 15 minutes par série, davantage pour les défis.
3. Attribuer 1 point par bonne réponse et 0 sinon : chaque série est notée sur 5. Aucun point négatif.
4. En cas d'erreur, écrire la règle oubliée puis refaire la question sans consulter la solution.

Sommaire

Série	Thème et questions	Page
01	Lire et définir · Q01 à Q05	4
02	Limites par substitution · Q06 à Q10	5
03	Factoriser pour simplifier · Q11 à Q15	6
04	Utiliser la quantité conjuguée · Q16 à Q20	7
05	Limites à gauche et à droite · Q21 à Q25	8
06	Limites à l'infini · Q26 à Q30	9
07	Racines et infini · Q31 à Q35	10
08	Limites trigonométriques · Q36 à Q40	11
09	Encadrer et composer · Q41 à Q45	12
10	Reconnaître la continuité · Q46 à Q50	13
11	Raccorder deux expressions · Q51 à Q55	14
12	Prolonger par continuité · Q56 à Q60	15
13	Valeurs intermédiaires · Q61 à Q65	16
14	Unicité et encadrement · Q66 à Q70	17
15	Images d'intervalles · Q71 à Q75	18
16	Fonctions réciproques · Q76 à Q80	19
17	Racines n-ièmes · Q81 à Q85	20
18	Défis de synthèse · Q86 à Q90	21
	Grille des réponses	22
	Corrigés et bilan des méthodes	23–30

Conventions : angles en radians ; limites réelles, éventuellement infinies ; $\sqrt{x^2} = |x|$. Les fonctions logarithme et exponentielle ne sont pas nécessaires dans ce livret. Les questions sont originales et ne constituent pas une épreuve officielle. Repère de programme : CNEE, Cadre de référence 2025, mathématiques, filières PC/SVT, option français, rubriques 1.2.1 à 1.2.4 et 1.2.11. [Consulter la copie du cadre de référence.](#)

FICHE MÉTHODE

Les réflexes essentiels

1. Avant le calcul : domaine, substitution, forme

Si la fonction est continue au point étudié et définie en ce point, remplacer x par sa valeur. Si une forme indéterminée apparaît, transformer avant de conclure.

Situation	Méthode à essayer
0/0 avec polynômes	Factoriser et simplifier hors du point étudié.
Différence de racines	Multiplier par la quantité conjuguée.
Quotient à l'infini	Diviser par la puissance de x adaptée.
Nombre non nul sur 0	Étudier le signe et le côté d'approche.
Facteur borné fois 0	Encadrer la valeur absolue du produit.

2. Les identités qui débloquent les calculs

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b), \quad a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2).$$

Pour $A, B \geq 0$ et $\sqrt{A} + \sqrt{B} \neq 0$:

$$\sqrt{A} - \sqrt{B} = \frac{A - B}{\sqrt{A} + \sqrt{B}}.$$

3. Les limites trigonométriques en radians

$$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\sin u}{u} = 1, \quad \lim_{u \rightarrow 0} \frac{\tan u}{u} = 1, \quad \lim_{u \rightarrow 0} \frac{1 - \cos u}{u^2} = \frac{1}{2}.$$

4. Continuité et raccord

En un point intérieur a , la continuité exige

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a).$$

À une extrémité du domaine, on utilise la limite du côté où la fonction est définie. Un prolongement continu en un point manquant est possible si la limite y est **finie**.

5. Existence, unicité et réciproque

Si f est continue sur $[a; b]$ et $f(a)f(b) < 0$, elle possède au moins un zéro dans $]a; b[$. Si elle est aussi strictement monotone, ce zéro est unique.

Une fonction continue strictement monotone sur un intervalle I est bijective de I vers $J = f(I)$. Sa réciproque est continue sur J et conserve le sens de variation.

Pièges à éviter. 0/0 n'est pas un résultat. $\sqrt{x^2} = |x|$, donc vaut $-x$ si $x < 0$. Une limite peut exister sans que la fonction soit continue. Le TVI seul ne prouve pas l'unicité. Enfin, f^{-1} n'est pas $1/f$.

SÉRIE 01 · BASES

Lire et définir

Repérer le domaine et distinguer une limite d'une valeur.

Q01. Le domaine de $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x-1}$ est :

☐ **A** $] -2; +\infty[$

☐ **B** $] 1; +\infty[$

☐ **C** $[-2; +\infty[$

☐ **D** $[-2; 1[\cup] 1; +\infty[$

Q02. Dans la notation $x \rightarrow 2^-$, les valeurs de x :

☐ **A** sont négatives et tendent vers 0

☐ **B** sont supérieures à 2 et s'en approchent

☐ **C** sont toutes égales à 2

☐ **D** sont inférieures à 2 et s'en approchent

Q03. Quelle forme est indéterminée avant toute transformation ?

☐ **A** $(-2) \times (+\infty)$

☐ **B** $\frac{3}{+\infty}$

☐ **C** $\frac{0}{0}$

☐ **D** $2 + (+\infty)$

Q04. On sait que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 3$, mais aucune information ne porte sur $f(a)$. Alors :

☐ **A** on ne peut pas déterminer $f(a)$

☐ **B** $f(a) = 0$ nécessairement

☐ **C** $f(a) = 3$ nécessairement

☐ **D** $f(a)$ n'existe jamais

Q05. Le domaine de $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ est :

☐ **A** $] 2; +\infty[$

☐ **B** $] -\infty; 2[$

☐ **C** $[2; +\infty[$

☐ **D** $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

Mon score : ... / 5

À revoir : _____

SÉRIE 02 · BASES

Limites par substitution

Commencer par vérifier que la substitution est autorisée.

Q06. Calculer $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 3x + 4)$.

☐ **A** 2

☐ **B** 0

☐ **C** 4

☐ **D** 6

Q07. Calculer $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + 3}{x^2 + 1}$.

☐ **A** $\frac{1}{2}$

☐ **B** $-\frac{1}{2}$

☐ **C** 1

☐ **D** $\frac{3}{2}$

Q08. Calculer $\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x + 4}$.

☐ **A** 9

☐ **B** 3

☐ **C** 1

☐ **D** $\sqrt{5}$

Q09. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x + 2}{x^2 + 3}$.

☐ **A** $\frac{2}{3}$

☐ **B** 0

☐ **C** 3

☐ **D** 1

Q10. Calculer $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 8}}{x + 2}$.

☐ **A** $\frac{1}{3}$

☐ **B** $\sqrt{3}$

☐ **C** 1

☐ **D** 3

Mon score : ... / 5

À revoir : _____

SÉRIE 03 · MÉTHODES

Factoriser pour simplifier

Lever une forme indéterminée en conservant les restrictions.

Q11. Calculer $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$.

☐ **A** 0

☐ **C** 6

☐ **B** $+\infty$

☐ **D** 3

Q12. Calculer $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$.

☐ **A** $+\infty$

☐ **C** 0

☐ **B** 1

☐ **D** 3

Q13. Calculer $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{x + 2}$.

☐ **A** -1

☐ **C** 0

☐ **B** -3

☐ **D** 3

Q14. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^2 - 1}{x}$.

☐ **A** 1

☐ **C** 0

☐ **B** 2

☐ **D** $+\infty$

Q15. Calculer $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$.

☐ **A** 0

☐ **C** -2

☐ **B** 2

☐ **D** -1

Mon score : ... / 5

À revoir : _____

SÉRIE 04 · MÉTHODES

Utiliser la quantité conjuguée

Transformer une différence de racines en quotient.

Q16. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$.

☐ **A** 1

☐ **C** 2

☐ **B** $\frac{1}{2}$

☐ **D** 0

Q17. Calculer $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$.

☐ **A** $\frac{1}{4}$

☐ **C** 0

☐ **B** 4

☐ **D** $\frac{1}{2}$

Q18. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - 3}{x}$.

☐ **A** $\frac{1}{6}$

☐ **C** $\frac{1}{3}$

☐ **B** 0

☐ **D** 3

Q19. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt{1-x}}{x}$.

☐ **A** 3

☐ **C** $\frac{3}{2}$

☐ **B** $-\frac{3}{2}$

☐ **D** $\frac{1}{2}$

Q20. Calculer $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{x+2} - 2}$.

☐ **A** 4

☐ **C** 0

☐ **B** $\frac{1}{4}$

☐ **D** 2

Mon score : ... / 5

À revoir : _____

SÉRIE 05 · MÉTHODES

Limites à gauche et à droite

Le signe du dénominateur décide du signe de l'infini.

Q21. Calculer $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x - 2}$.

☐ **A** $-\infty$

☐ **C** $+\infty$

☐ **B** 0

☐ **D** 2

Q22. Calculer $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2}$.

☐ **A** $-\infty$

☐ **C** 0

☐ **B** $+\infty$

☐ **D** $\frac{1}{2}$

Q23. Calculer $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{(x + 1)^2}$.

☐ **A** $-\infty$

☐ **C** $+\infty$

☐ **B** 0

☐ **D** la limite n'existe pas

Q24. Pour $f(x) = |x|/x$ ($x \neq 0$), le couple $(\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x), \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x))$ vaut :

☐ **A** $(-1; 1)$

☐ **C** $(0; 0)$

☐ **B** $(1; 1)$

☐ **D** $(-1; -1)$

Q25. La courbe de $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$ possède quelle asymptote verticale ?

☐ **A** $y = 3$

☐ **C** $x = -1$

☐ **B** $x = 3$

☐ **D** $y = 1$

Mon score : ... / 5

À revoir : _____

SÉRIE 06 · MÉTHODES

Limites à l'infini

Comparer les termes dominants des polynômes.

Q26. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - x + 1}{2x^2 + 5}$.

☐ **A** $\frac{2}{3}$

☐ **C** 0

☐ **B** $+\infty$

☐ **D** $\frac{3}{2}$

Q27. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 1}{x^2 + 1}$.

☐ **A** 2

☐ **C** $+\infty$

☐ **B** 0

☐ **D** $-\infty$

Q28. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 2}{x^2 + 1}$.

☐ **A** $+\infty$

☐ **C** 1

☐ **B** 0

☐ **D** $-\infty$

Q29. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^4 + 3x^2 - 1)$.

☐ **A** -1

☐ **C** 0

☐ **B** $-\infty$

☐ **D** $+\infty$

Q30. À $+\infty$, une asymptote horizontale de $f(x) = \frac{2x - 1}{x + 3}$ est :

☐ **A** $y = -1$

☐ **C** $y = 2$

☐ **B** $y = 0$

☐ **D** $x = -3$

Mon score : ... / 5

À revoir : _____

SÉRIE 07 · MÉTHODES

Racines et infini

Ne jamais confondre la racine de x au carré et x .

Q31. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}$.

☐ **A** 0

☐ **C** -1

☐ **B** 1

☐ **D** $+\infty$

Q32. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x)$.

☐ **A** $+\infty$

☐ **C** 0

☐ **B** $\frac{3}{2}$

☐ **D** 3

Q33. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4} - x)$.

☐ **A** 4

☐ **C** 0

☐ **B** $+\infty$

☐ **D** 2

Q34. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} + x)$.

☐ **A** -1

☐ **C** 1

☐ **B** 0

☐ **D** $-\infty$

Q35. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x + 1}$.

☐ **A** 2

☐ **C** 1

☐ **B** 0

☐ **D** 4

Mon score : ... / 5

À revoir : _____

SÉRIE 08 · MÉTHODES

Limites trigonométriques

Les angles sont exprimés en radians.

Q36. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{x}$.

☐ **A** 1

☐ **B** 3

☐ **C** $\frac{1}{3}$

☐ **D** 0

Q37. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\sin(5x)}$.

☐ **A** 0

☐ **B** $\frac{2}{5}$

☐ **C** $\frac{5}{2}$

☐ **D** 1

Q38. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$.

☐ **A** 1

☐ **B** 2

☐ **C** 0

☐ **D** $\frac{1}{2}$

Q39. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$.

☐ **A** $+\infty$

☐ **B** -1

☐ **C** 1

☐ **D** 0

Q40. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{x}$.

☐ **A** la limite n'existe pas

☐ **B** 1

☐ **C** 2

☐ **D** 0

Mon score : ... / 5

À revoir : _____

SÉRIE 09 · RAISONNEMENT

Encadrer et composer

Choisir entre opérations, composition et encadrement.

Q41. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin(1/x)$.

☐ **A** 1

☐ **C** 0

☐ **B** la limite n'existe pas

☐ **D** $+\infty$

Q42. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \cos x}{x}$.

☐ **A** 0

☐ **C** 2

☐ **B** la limite n'existe pas

☐ **D** 1

Q43. Pour $x > 0$, on sait que $2 - x^2 \leq f(x) \leq 2 + x$. Que vaut $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$?

☐ **A** 2

☐ **C** 1

☐ **B** 0

☐ **D** on ne peut pas conclure

Q44. On sait que $u(x) \rightarrow 4$ lorsque $x \rightarrow a$. Calculer $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt{u(x) + 5}$.

☐ **A** 2

☐ **C** $\sqrt{5}$

☐ **B** 3

☐ **D** 9

Q45. Lorsque $x \rightarrow a$, on a $u(x) \rightarrow 0$, $u(x) > 0$ au voisinage de a , et $v(x) \rightarrow -2$. Alors $v(x)/u(x)$ tend vers :

☐ **A** 0

☐ **C** -2

☐ **B** $+\infty$

☐ **D** $-\infty$

Mon score : ... / 5

À revoir : _____

SÉRIE 10 · BASES

Reconnaître la continuité

Comparer la limite et la valeur au point étudié.

Q46. Une fonction définie au voisinage de a est continue en a si et seulement si :

☐ **A** $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$

☐ **B** $f(a) = 0$

☐ **C** f est croissante près de a

☐ **D** $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

Q47. f et g sont continues sur un intervalle I , et $g(x) \neq 0$ sur I . Quelle fonction est nécessairement continue sur I ?

☐ **A** $f/(g - g)$

☐ **B** f/g

☐ **C** $1/f$

☐ **D** $\sqrt{f}$

Q48. Pour $f(x) = \sqrt{x-1}$, la continuité au point 1, borne du domaine, s'étudie avec :

☐ **A** $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$

☐ **B** $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0$

☐ **C** $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) = 0$

☐ **D** $f(1) = 1$

Q49. On pose $f(x) = x + 1$ si $x \neq 1$, et $f(1) = 5$. Quelle affirmation est exacte ?

☐ **A** $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$

☐ **B** f est continue en 1

☐ **C** f n'a aucune limite en 1

☐ **D** $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$, mais f est discontinue en 1

Q50. L'ensemble des points où $f(x) = 1/(x^2 - 4)$ est définie et continue est :

☐ **A** $] -2; 2[$

☐ **B** $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$

☐ **C** $\mathbb{R}$

☐ **D** $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

Mon score : ... / 5

À revoir : _____

SÉRIE 11 · MÉTHODES

Raccorder deux expressions

Calculer séparément les limites à gauche et à droite.

Q51. Pour quelle valeur de k la fonction $f(x) = \begin{cases} x+1 & x < 1, \\ kx & x \geq 1 \end{cases}$ est-elle continue en 1 ?

☐ **A** $k = 0$

☐ **B** $k = -2$

☐ **C** $k = 1$

☐ **D** $k = 2$

Q52. Pour quelle valeur de a la fonction $f(x) = \begin{cases} x^2 + a & x \leq 0, \\ 2x + 1 & x > 0 \end{cases}$ est-elle continue en 0 ?

☐ **A** $a = -1$

☐ **B** $a = 2$

☐ **C** $a = 1$

☐ **D** $a = 0$

Q53. On pose $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(2x)}{x} & x \neq 0, \\ k & x = 0. \end{cases}$ La continuité en 0 impose :

☐ **A** $k = 0$

☐ **B** $k = 2$

☐ **C** $k = \frac{1}{2}$

☐ **D** $k = 1$

Q54. Pour quelle valeur de m la fonction $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & x \neq 2, \\ m & x = 2 \end{cases}$ est-elle continue en 2 ?

☐ **A** $m = 4$

☐ **B** $m = 0$

☐ **C** $m = -4$

☐ **D** $m = 2$

Q55. On pose $f(x) = \begin{cases} ax + 1 & x < 1, \\ x^2 + b & x \geq 1. \end{cases}$ La condition nécessaire et suffisante de continuité en 1 est :

☐ **A** $a = b$

☐ **B** $a = b + 1$

☐ **C** $a + b = 1$

☐ **D** $a = 1$ et $b = 0$

Mon score : ... / 5

À revoir : _____

SÉRIE 12 · MÉTHODES

Prolonger par continuité

Une limite finie fournit la seule valeur possible du prolongement.

Q56. Pour $x \neq 1$, $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$. Quelle valeur donner au prolongement en 1 ?

☐ **A** 2

☐ **B** 1

☐ **C** -2

☐ **D** 0

Q57. La fonction $f(x) = 1/x$ admet-elle un prolongement réel continu en 0 ?

☐ **A** oui, en posant $f(0) = 1$

☐ **B** oui, avec n'importe quelle valeur

☐ **C** oui, en posant $f(0) = 0$

☐ **D** non, aucune valeur réelle ne convient

Q58. On prolonge par continuité en 0 la fonction $f(x) = \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$. Le prolongement F vérifie :

☐ **A** $F(0) = \frac{1}{2}$

☐ **B** $F(0) = 2$

☐ **C** $F(0) = 1$

☐ **D** $F(0) = 0$

Q59. On définit $f(x) = x^2 \sin(1/x)$ pour $x \neq 0$, puis $f(0) = c$. La continuité en 0 impose :

☐ **A** $c = -1$

☐ **B** $c = 1$

☐ **C** $c = 0$

☐ **D** aucune valeur de c ne convient

Q60. Quelle fonction admet un prolongement continu en 0 ?

☐ **A** $f(x) = \frac{|x|}{x}$

☐ **B** $f(x) = \frac{1}{x^2}$

☐ **C** $f(x) = \frac{\sin x}{x}$

☐ **D** $f(x) = \frac{1}{x}$

Mon score : ... / 5

À revoir : _____

SÉRIE 13 · RAISONNEMENT

Valeurs intermédiaires

Distinguer existence d'une solution et unicité.

Q61. f est continue sur $[1; 3]$, avec $f(1) = -2$ et $f(3) = 4$. Que peut-on affirmer ?

☐ **A** $f(x) = 0$ n'a aucune solution

☐ **B** $f(x) = 0$ admet au moins une solution dans $]1; 3[$

☐ **C** f est strictement croissante

☐ **D** $f(x) = 0$ admet exactement une solution

Q62. f est continue sur $[a; b]$, avec $a < b$, et $f(a)f(b) < 0$. On en déduit :

☐ **A** $f(a) = f(b) = 0$

☐ **B** f s'annule une seule fois

☐ **C** $f(x) > 0$ pour tout $x \in [a; b]$

☐ **D** $\exists c \in]a; b[$ tel que $f(c) = 0$

Q63. Quelle fonction montre que $f(a)f(b) > 0$ n'exclut pas un zéro à l'intérieur de $[a; b]$?

☐ **A** $f(x) = -2$ sur $[-1; 1]$

☐ **B** $f(x) = x^2 + 1$ sur $[-1; 1]$

☐ **C** $f(x) = 2$ sur $[-1; 1]$

☐ **D** $f(x) = x^2$ sur $[-1; 1]$

Q64. f est continue sur $[0; 2]$, avec $f(0) = 1$ et $f(2) = 5$. Quelle valeur est nécessairement atteinte ?

☐ **A** 3

☐ **B** -1

☐ **C** 6

☐ **D** 0

Q65. $f(x) = -1$ pour $x < 0$ et $f(x) = 1$ pour $x \geq 0$. Sur $[-1; 1]$, les valeurs aux bornes ont des signes opposés. Pourtant :

☐ **A** f n'a pas de zéro, car elle saute en 0

☐ **B** f est continue sur $[-1; 1]$

☐ **C** f a exactement deux zéros

☐ **D** $f(0) = 0$ par le TVI

Mon score : ... / 5

À revoir : _____

SÉRIE 14 · RAISONNEMENT

Unicité et encadrement

Associer continuité, monotonie et changement de signe.

Q66. f est continue et strictement croissante sur $[a; b]$, avec $f(a) < 0 < f(b)$. L'équation $f(x) = 0$ admet dans $[a; b]$:

- | | |
|---|---|
| ☐ A exactement deux solutions | ☐ B aucune solution |
| ☐ C exactement une solution | ☐ D une infinité de solutions |

Q67. Combien de solutions l'équation $x^3 + x - 1 = 0$ admet-elle dans $[0; 1]$?

- | | |
|---|---|
| ☐ A une seule | ☐ B trois |
| ☐ C aucune | ☐ D deux |

Q68. On note α l'unique zéro de $f(x) = x^3 + x - 1$ dans $[0; 1]$. Après un premier test au milieu $1/2$, quel encadrement conserve-t-on ?

- | | |
|--|--|
| ☐ A $\frac{1}{2} < \alpha < 1$ | ☐ B $1 < \alpha < 2$ |
| ☐ C $0 < \alpha < \frac{1}{2}$ | ☐ D $\alpha = \frac{1}{2}$ |

Q69. On part de $[0; 1]$ et on conserve à chaque étape de dichotomie une moitié de l'intervalle. Après 4 étapes, sa longueur vaut :

- | | |
|--|---|
| ☐ A $\frac{1}{32}$ | ☐ B $\frac{1}{8}$ |
| ☐ C $\frac{1}{16}$ | ☐ D $\frac{1}{4}$ |

Q70. L'unique solution α de $x^3 + x - 1 = 0$ vérifie quel encadrement ?

- | | |
|--|--|
| ☐ A $0,60 < \alpha < 0,61$ | ☐ B $0,68 < \alpha < 0,69$ |
| ☐ C $0,80 < \alpha < 0,81$ | ☐ D $0,70 < \alpha < 0,71$ |

Mon score : ... / 5

À revoir : _____

SÉRIE 15 · MÉTHODES

Images d'intervalles

Surveiller l'ordre des bornes et leur inclusion.

Q71. Pour $f(x) = x^2$, l'image du segment $[-2; 3]$ est :

☐ **A** $[0; 4]$

☐ **B** $[-2; 3]$

☐ **C** $[4; 9]$

☐ **D** $[0; 9]$

Q72. Pour $f(x) = 1/x$, l'image de $[1; 4]$ est :

☐ **A** $[1; 4]$

☐ **B** $[\frac{1}{4}; 4]$

☐ **C** $[\frac{1}{4}; 1]$

☐ **D** $]0; 1]$

Q73. Pour $f(x) = \sqrt{x-1}$, l'image de $[1; 10]$ est :

☐ **A** $[1; 3]$

☐ **B** $[1; \sqrt{10}]$

☐ **C** $[0; 9]$

☐ **D** $[0; 3]$

Q74. Pour $f(x) = x/(x+1)$, l'image de $[0; +\infty[$ est :

☐ **A** $[0; 1]$

☐ **B** $[0; +\infty[$

☐ **C** $]0; 1[$

☐ **D** $[0; 1[$

Q75. f est continue et strictement décroissante sur $[a; b]$, avec $f(a) = 5$ et $f(b) = -2$. Alors $f([a; b]) =$

☐ **A** $[5; 2]$

☐ **B** $] -2; 5[$

☐ **C** $[-5; 2]$

☐ **D** $[-2; 5]$

Mon score : ... / 5

À revoir : _____

SÉRIE 16 · MÉTHODES

Fonctions réciproques

Échanger antécédent et image sur le bon intervalle.

Q76. $f : I \rightarrow J$ est bijective et $f(2) = 5$. Quelle égalité en découle ?

☐ **A** $f^{-1}(2) = \frac{1}{2}$

☐ **B** $f^{-1}(5) = 2$

☐ **C** $f^{-1}(2) = 5$

☐ **D** $f^{-1}(5) = \frac{1}{5}$

Q77. La réciproque de $f(x) = 3x - 2$ sur $\mathbb{R}$ est :

☐ **A** $f^{-1}(x) = \frac{1}{3x-2}$

☐ **B** $f^{-1}(x) = 3x + 2$

☐ **C** $f^{-1}(x) = \frac{x+2}{3}$

☐ **D** $f^{-1}(x) = \frac{x-2}{3}$

Q78. On restreint $f(x) = x^2$ à $[0; +\infty[$. Sa fonction réciproque est :

☐ **A** $f^{-1}(x) = 1/x^2$

☐ **B** $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$ sur $[0; +\infty[$

☐ **C** $f^{-1}(x) = \pm\sqrt{x}$

☐ **D** $f^{-1}(x) = -\sqrt{x}$

Q79. f est continue et strictement décroissante sur I . Sur $J = f(I)$, sa réciproque est :

☐ **A** nécessairement discontinue

☐ **B** constante

☐ **C** continue et strictement décroissante

☐ **D** continue et strictement croissante

Q80. La fonction $f(x) = x^2 + 1$ est restreinte à $[1; 3]$. Le domaine de sa réciproque est :

☐ **A** $[0; +\infty[$

☐ **B** $[1; 10]$

☐ **C** $[2; 10]$

☐ **D** $[1; 3]$

Mon score : ... / 5

À revoir : _____

SÉRIE 17 · MÉTHODES

Racines n-ièmes

Revenir à la puissance entière pour simplifier.

Q81. Calculer $\lim_{x \rightarrow 8} \sqrt[3]{x}$.

☐ **A** 8

☐ **C** 4

☐ **B** $\sqrt{8}$

☐ **D** 2

Q82. La valeur exacte de $16^{3/4}$ est :

☐ **A** 8

☐ **C** 64

☐ **B** 4

☐ **D** 12

Q83. Calculer $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1}$.

☐ **A** 0

☐ **C** $\frac{1}{3}$

☐ **B** 3

☐ **D** 1

Q84. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2/3}}{x}$.

☐ **A** $+\infty$

☐ **C** $\frac{2}{3}$

☐ **B** 1

☐ **D** 0

Q85. Pour $a \geq 0$, la valeur de $\sqrt[4]{a^4}$ est :

☐ **A** $\pm a$

☐ **C** a^2

☐ **B** a

☐ **D** $4a$

Mon score : ... / 5

À revoir : _____

SÉRIE 18 · APPROFONDISSEMENT

Défis de synthèse

Combiner plusieurs idées, sans règle de l'Hôpital.

Q86. Calculer $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\sqrt{x} - 1}$.

☐ **A** 0

☐ **B** 6

☐ **C** 3

☐ **D** $\frac{3}{2}$

Q87. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - 1}{x}$.

☐ **A** 0

☐ **B** $\frac{1}{2}$

☐ **C** 2

☐ **D** 1

Q88. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} x (\sqrt{x^2 + 1} - x)$.

☐ **A** $\frac{1}{2}$

☐ **B** 1

☐ **C** $+\infty$

☐ **D** 0

Q89. La fonction $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} & x \neq 0, \\ k & x = 0 \end{cases}$ est définie sur $[-1; +\infty[$. Quelle valeur de k la rend continue sur tout cet intervalle ?

☐ **A** $k = 1$

☐ **B** $k = \frac{1}{2}$

☐ **C** aucune valeur ne convient

☐ **D** $k = 0$

Q90. On sait que $h(x) = x^3 + x$ est continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$, et que ses limites sont $-\infty$ et $+\infty$. Combien de solutions réelles a $h(x) = m$, pour chaque réel m ?

☐ **A** une infinité

☐ **B** aucune

☐ **C** exactement deux

☐ **D** exactement une

Mon score : ... / 5

À revoir : _____

AUTO-CORRECTION

La grille des 90 réponses

Consulter cette page après une série complète. Les lettres indiquent les réponses exactes ; les justifications commencent page 23.

Série	Numéro de la question · bonne réponse				
01	01 · D	02 · D	03 · C	04 · A	05 · A
02	06 · A	07 · A	08 · B	09 · D	10 · C
03	11 · C	12 · D	13 · B	14 · B	15 · C
04	16 · B	17 · A	18 · A	19 · C	20 · A
05	21 · A	22 · B	23 · C	24 · A	25 · B
06	26 · D	27 · B	28 · D	29 · B	30 · C
07	31 · C	32 · B	33 · C	34 · A	35 · A
08	36 · B	37 · B	38 · D	39 · C	40 · D
09	41 · C	42 · A	43 · A	44 · B	45 · D
10	46 · D	47 · B	48 · C	49 · D	50 · B
11	51 · D	52 · C	53 · B	54 · A	55 · A
12	56 · A	57 · D	58 · A	59 · C	60 · C
13	61 · B	62 · D	63 · D	64 · A	65 · A
14	66 · C	67 · A	68 · A	69 · C	70 · B
15	71 · D	72 · C	73 · D	74 · D	75 · D
16	76 · B	77 · C	78 · B	79 · C	80 · C
17	81 · D	82 · A	83 · C	84 · D	85 · B
18	86 · B	87 · B	88 · A	89 · B	90 · D

Total : ... / 90

Date : ... / ... / ...

Séries à retravailler : _____

Transformer les erreurs en progrès

Erreur de calcul : refaire les lignes intermédiaires.

Erreur de méthode : revenir à la fiche de la page 3.

Erreur de logique : identifier l'hypothèse manquante : domaine, continuité, signe ou stricte monotonie.

Un bon test. Une réponse devinée mérite d'être refaite. La maîtrise consiste à expliquer pourquoi la bonne option convient et pourquoi au moins une autre est fausse.

CORRIGÉS · 1/8

Questions 01 à 12

La lettre correcte, puis l'idée décisive.

Q01 · D. Il faut $x + 2 \geq 0$ et $x \neq 1$. On obtient $[-2; +\infty[\setminus \{1\}$.

Q02 · D. Le signe $-$ désigne le côté gauche de 2, et non le signe de x .

Q03 · C. La forme $0/0$ ne donne pas la limite. En revanche, $3/(+\infty)$ correspond à 0, $2 + (+\infty)$ à $+\infty$ et $(-2) \times (+\infty)$ à $-\infty$.

Q04 · A. La limite dépend des valeurs au voisinage de a . La valeur en a peut être différente ou ne pas être définie.

Q05 · A. La racine est au dénominateur : on impose $x - 2 > 0$, donc $x > 2$.

Q06 · A. Un polynôme est continu : $2^2 - 3 \times 2 + 4 = 2$.

Q07 · A. Le dénominateur tend vers $2 \neq 0$; le numérateur tend vers 1. La limite vaut $1/2$.

Q08 · B. La fonction racine est continue sur $[0; +\infty[$. On obtient $\sqrt{5+4} = 3$.

Q09 · D. $\cos 0 = 1$ et le dénominateur tend vers 3 ; la limite vaut $(1+2)/3 = 1$.

Q10 · C. Par continuité, le numérateur tend vers 3 et le dénominateur vers 3.

Q11 · C. Pour $x \neq 3$, $(x^2 - 9)/(x - 3) = x + 3$. La limite est donc 6.

Q12 · D. $x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$. La limite vaut $1 + 1 + 1 = 3$.

CORRIGÉS · 2/8

Questions 13 à 24

La lettre correcte, puis l'idée décisive.

Q13 · B. $x^2 + x - 2 = (x + 2)(x - 1)$. Après simplification, $x - 1 \rightarrow -3$.

Q14 · B. Le numérateur vaut $2x + x^2$. Pour $x \neq 0$, le quotient vaut $2 + x \rightarrow 2$.

Q15 · C. On simplifie $(x - 1)(x + 1)/[(x - 1)(x - 2)]$. Il reste $(x + 1)/(x - 2) \rightarrow -2$.

Q16 · B. En multipliant par la conjuguée, le quotient devient $1/(\sqrt{1+x} + 1) \rightarrow 1/2$.

Q17 · A. Pour $x \neq 4$, le quotient vaut $1/(\sqrt{x} + 2)$, qui tend vers $1/4$.

Q18 · A. La conjuguée donne $1/(\sqrt{9+x} + 3) \rightarrow 1/6$.

Q19 · C. Le quotient devient $3/(\sqrt{1+2x} + \sqrt{1-x})$, donc tend vers $3/2$.

Q20 · A. Pour $x \neq 2$, la conjuguée transforme le quotient en $\sqrt{x+2} + 2 \rightarrow 4$.

Q21 · A. Le dénominateur tend vers 0 par valeurs négatives. Son inverse tend vers $-\infty$.

Q22 · B. Le dénominateur tend vers 0 par valeurs positives. Son inverse tend vers $+\infty$.

Q23 · C. Le carré est strictement positif pour $x \neq -1$ et tend vers 0 des deux côtés.

Q24 · A. Si $x < 0$, $|x| = -x$, donc $f(x) = -1$. Si $x > 0$, $|x| = x$, donc $f(x) = 1$.

CORRIGÉS · 3/8

Questions 25 à 36

La lettre correcte, puis l'idée décisive.

Q25 · B. Le numérateur tend vers 4 lorsque $x \rightarrow 3$, tandis que le dénominateur tend vers 0. La droite verticale est $x = 3$.

Q26 · D. On divise par x^2 : $(3 - 1/x + 1/x^2)/(2 + 5/x^2) \rightarrow 3/2$.

Q27 · B. Après division par x^2 , le quotient vaut $(2/x + 1/x^2)/(1 + 1/x^2) \rightarrow 0$.

Q28 · D. Le quotient est $x(1 + 2/x^3)/(1 + 1/x^2)$. Le quotient des parenthèses tend vers $1 > 0$, et $x \rightarrow -\infty$.

Q29 · B. On factorise par x^4 : $x^4(-2 + 3/x^2 - 1/x^4) \rightarrow -\infty$.

Q30 · C. Le quotient tend vers le rapport des coefficients de x , soit 2. L'asymptote horizontale est $y = 2$.

Q31 · C. À $-\infty$, $\sqrt{x^2 + 1} = |x|\sqrt{1 + 1/x^2} = -x\sqrt{1 + 1/x^2}$. Le quotient tend vers -1 .

Q32 · B. La conjuguée donne $3x/(\sqrt{x^2 + 3x} + x) = 3/(\sqrt{1 + 3/x} + 1) \rightarrow 3/2$.

Q33 · C. La différence vaut $4/(\sqrt{x^2 + 4} + x)$. Le dénominateur tend vers $+\infty$.

Q34 · A. On écrit $2x/(\sqrt{x^2 + 2x} - x) = 2/(-\sqrt{1 + 2/x} - 1) \rightarrow -1$.

Q35 · A. Comme $x > 0$ à l'infini, le quotient devient $\sqrt{4 + 1/x^2}/(1 + 1/x) \rightarrow 2$.

Q36 · B. On écrit $3 \sin(3x)/(3x)$. La limite usuelle $\sin u/u \rightarrow 1$ donne 3.

CORRIGÉS · 4/8

Questions 37 à 48

La lettre correcte, puis l'idée décisive.

Q37 · B. Le quotient vaut $\frac{2}{5} \frac{\sin(2x)}{2x} \frac{5x}{\sin(5x)} \rightarrow 2/5$.

Q38 · D. $1 - \cos x = 2 \sin^2(x/2)$, donc le quotient vaut $\frac{1}{2} [\sin(x/2)/(x/2)]^2 \rightarrow 1/2$.

Q39 · C. $\tan x/x = (\sin x/x)/\cos x$. Les deux facteurs utiles tendent vers 1.

Q40 · D. Le quotient vaut $x \sin(x^2)/x^2$. Le second facteur tend vers 1 et le premier vers 0.

Q41 · C. $|x \sin(1/x)| \leq |x|$ et $|x| \rightarrow 0$. Le théorème des gendarmes donne 0.

Q42 · A. Pour $x > 0$, $1/x \leq (2 + \cos x)/x \leq 3/x$. Les deux bornes tendent vers 0.

Q43 · A. Les deux fonctions encadrantes tendent vers 2 quand $x \rightarrow 0^+$. On applique les gendarmes.

Q44 · B. $u(x) + 5 \rightarrow 9 > 0$; par continuité de la racine carrée, la limite vaut 3.

Q45 · D. Le numérateur reste négatif et éloigné de 0, tandis que le dénominateur tend vers 0^+ .

Q46 · D. La continuité en a signifie exactement que la limite existe, est finie et égale à $f(a)$.

Q47 · B. Le quotient de deux fonctions continues est continu là où son dénominateur ne s'annule pas. Les autres expressions peuvent ne pas être définies.

Q48 · C. Le domaine est $[1; +\infty[$. On approche donc 1 par la droite, et $\sqrt{x-1} \rightarrow 0 = f(1)$.

CORRIGÉS · 5/8

Questions 49 à 60

La lettre correcte, puis l'idée décisive.

Q49 · D. Les valeurs voisines suivent $x + 1 \rightarrow 2$. Comme $f(1) = 5 \neq 2$, la fonction n'est pas continue en 1.

Q50 · B. Une fonction rationnelle est continue là où son dénominateur est non nul. Ici $x^2 - 4 = 0$ pour $x = \pm 2$.

Q51 · D. La limite à gauche vaut 2. La valeur et la limite à droite valent k . Il faut donc $k = 2$.

Q52 · C. La valeur et la limite à gauche sont a . La limite à droite est 1. La condition est $a = 1$.

Q53 · B. $\sin(2x)/x = 2 \sin(2x)/(2x) \rightarrow 2$. Il faut définir $f(0) = 2$.

Q54 · A. Pour $x \neq 2$, $f(x) = x + 2 \rightarrow 4$. La valeur en 2 doit donc être 4.

Q55 · A. Le raccord impose $a + 1 = 1 + b$, soit $a = b$. Les deux morceaux sont continus de leur côté.

Q56 · A. La fonction vaut $x + 1$ hors de 1, et sa limite en 1 vaut 2.

Q57 · D. Les limites latérales sont $-\infty$ et $+\infty$. Il n'existe aucune limite finie commune en 0.

Q58 · A. Pour $x \neq 0$, $f(x) = 1/(\sqrt{1+x} + 1)$. Cette dernière expression est définie et continue en 0, de valeur $1/2$.

Q59 · C. $|x^2 \sin(1/x)| \leq x^2 \rightarrow 0$. La limite existe malgré les oscillations de $\sin(1/x)$.

Q60 · C. $\sin x/x \rightarrow 1$. Les autres fonctions ont soit des limites infinies, soit des limites latérales différentes.

CORRIGÉS · 6/8

Questions 61 à 72

La lettre correcte, puis l'idée décisive.

Q61 · B. Le théorème des valeurs intermédiaires donne l'existence, car 0 est entre -2 et 4 . La continuité seule ne garantit pas l'unicité.

Q62 · D. Les valeurs aux extrémités sont de signes opposés. Le TVI fournit un zéro strictement entre a et b .

Q63 · D. Pour x^2 , les valeurs aux bornes valent 1, mais $f(0) = 0$. Les trois autres fonctions ne s'annulent pas sur le segment.

Q64 · A. Par le TVI, toute valeur entre 1 et 5 est atteinte. Les valeurs extérieures ne sont pas garanties.

Q65 · A. La fonction ne prend que les valeurs -1 et 1 . Elle n'est pas continue en 0 ; le TVI ne s'applique donc pas.

Q66 · C. Le TVI garantit au moins une solution. La stricte croissance interdit que deux points distincts aient la même image 0.

Q67 · A. $x \mapsto x^3 + x - 1$ est continue et strictement croissante. Ses valeurs en 0 et 1 sont -1 et 1 ; il y a un unique zéro.

Q68 · A. $f(1/2) = 1/8 + 1/2 - 1 = -3/8 < 0$ et $f(1) = 1 > 0$. Le zéro reste entre $1/2$ et 1 .

Q69 · C. Chaque étape divise la longueur par 2. Après quatre étapes, la longueur vaut $1/2^4 = 1/16$.

Q70 · B. $f(0,68) = -0,005568 < 0$ et $f(0,69) = 0,018509 > 0$. La continuité et la stricte croissance donnent cet encadrement.

Q71 · D. Le minimum 0 est atteint en 0 ; le maximum 9 est atteint en 3. La continuité garantit toutes les valeurs entre les deux.

Q72 · C. La fonction est continue et strictement décroissante sur $[1; 4]$. L'image est $[f(4); f(1)] = [1/4; 1]$.

CORRIGÉS · 7/8

Questions 73 à 84

La lettre correcte, puis l'idée décisive.

Q73 · D. La fonction est continue et croissante ; ses valeurs aux bornes sont 0 et 3.

Q74 · D. $f(x) = 1 - 1/(x+1)$ est continue et strictement croissante sur cet intervalle. Elle vaut 0 en 0 et tend vers 1 sans l'atteindre.

Q75 · D. Pour une fonction continue décroissante, l'image du segment est $[f(b); f(a)]$, avec les deux bornes incluses.

Q76 · B. La réciproque retrouve l'antécédent : l'image 5 correspond à l'antécédent 2. Le symbole f^{-1} ne désigne pas $1/f$.

Q77 · C. On résout $y = 3x - 2$ en x : $x = (y + 2)/3$. On renomme ensuite la variable.

Q78 · B. Sur $[0; +\infty[$, x^2 est bijective vers $[0; +\infty[$. L'unique antécédent positif de y est $\sqrt{y}$.

Q79 · C. La réciproque d'une fonction continue strictement monotone sur un intervalle est continue et possède le même sens de variation.

Q80 · C. f est continue et strictement croissante sur $[1; 3]$. Son image est $[f(1); f(3)] = [2; 10]$, domaine de f^{-1} .

Q81 · D. La racine cubique est continue au point 8. Comme $2^3 = 8$, la limite vaut 2.

Q82 · A. $16^{3/4} = (\sqrt[4]{16})^3 = 2^3 = 8$.

Q83 · C. Posons $t = \sqrt[3]{x}$. Comme $x - 1 = (t - 1)(t^2 + t + 1)$, le quotient tend vers $1/(1 + 1 + 1) = 1/3$.

Q84 · D. Pour $x > 0$, le quotient vaut $x^{-1/3} = 1/\sqrt[3]{x}$, qui tend vers 0.

CORRIGÉS · 8/8

Questions 85 à 90

La lettre correcte, puis l'idée décisive.

Q85 · B. La racine quatrième désigne l'unique réel positif ou nul dont la quatrième puissance vaut a^4 . Comme $a \geq 0$, c'est a .

Q86 · B. On utilise $x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$ et $x - 1 = (\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)$. Il reste $(\sqrt{x} + 1)(x^2 + x + 1) \rightarrow 6$.

Q87 · B. La conjuguée donne $\frac{\sin x}{x} \frac{1}{\sqrt{1+\sin x}+1} \rightarrow 1 \times \frac{1}{2}$.

Q88 · A. Après conjugaison, on obtient $x/(\sqrt{x^2+1}+x) = 1/(\sqrt{1+1/x^2}+1) \rightarrow 1/2$.

Q89 · B. Pour $k = 1/2$, toute la fonction s'écrit $1/(\sqrt{1+x}+1)$. Le dénominateur reste au moins égal à 1 sur $[-1; +\infty[$.

Q90 · D. Les limites permettent de choisir $a < b$ avec $h(a) < m < h(b)$. Le TVI donne l'existence ; la stricte croissance donne l'unicité.

Bilan : six questions avant de conclure

1. La fonction est-elle définie du côté où j'approche ?
2. La substitution donne-t-elle une valeur ou une forme indéterminée ?
3. Ai-je conservé les signes, notamment à $-\infty$?
4. Pour la continuité, ai-je comparé la limite avec $f(a)$?
5. Pour le TVI, la continuité est-elle bien vérifiée ?
6. Pour l'unicité, ai-je une stricte monotonie ?

Mon prochain objectif : _____

Les trois questions à refaire :