

Exercice1

Calculer les limites suivantes :

- 1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$; 3) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{3 - \sqrt{x+4}}$
 4) $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} \frac{x+5}{-x+2}$; 5) $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} \frac{-7}{\sqrt{x-3}}$; 6) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{x^2 + |x|}{x^2 - |x|}$
 7) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{3x^2 + x} - x$; 8) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x} - x$

Exercice2 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} ; x \neq 0 \\ f(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Montrer que f est continue en 0

Exercice3 :

On considère les deux fonctions f et g

respectivement sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{4}{1-x} & ; x \leq 2 \\ f(x) = -\sqrt{x^2+12} & ; x > 2 \end{cases}$$

Et $\begin{cases} g(x) = \frac{(x-1)^2}{|x-1|} ; x \neq 1 \\ g(1) = 2 \end{cases}$

- 1) Etudier la continuité de f en 2
- 2) Etudier la continuité de g en 1

Exercice4 :

1) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{mx-1}{x^2+2} & ; x \leq 2 \\ f(x) = \frac{2-\sqrt{x^2-5x+10}}{x-2} & ; x > 2 \end{cases}$$

Avec m est un paramètre

Déterminer la valeur de m sachant que f est continue en 2

2) On considère la fonction f définie par :

$$\begin{cases} g(x) = x - \sqrt{x-3} & ; x \geq 3 \\ g(x) = \frac{3}{4-x} & ; x < 3 \end{cases}$$

Etudier la continuité de g sur $\mathbb{R}$

Exercice5 :

- 1) Montrer que l'équation $\sqrt{x^3+6x+1} = 2$ admet au moins une solution dans $[0;2]$
- 2) Montrer que l'équation $x^3+3x-3=0$ admet une unique solution dans $[0;1]$
- 3) Montrer que l'équation $1+\sin x - x = 0$ admet une unique solution dans $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{2\pi}{3}\right]$
- 4) Montrer que l'équation $2x^3+5x=4$ admet une unique solution α dans $[-1;1]$
- 5) En utilisant la méthode de dichotomie donner un encadrement de α d'amplitude 0.25

Exercice6 :

Soit f une fonction définie sur $[0;+\infty[$ par :

$$f(x) = \sqrt{x^2+1} + 2x$$

- 1) Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} sur l'intervalle J que l'on déterminera.
- 2) Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout x dans J

Exercice7 :

Soit f une fonction définie sur $]1;+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}$$

- 1) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} sur l'intervalle J que l'on déterminera .
- 2) Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout x dans J .

Exercice8 :

Soit f une fonction définie sur $[0;1]$ par :

$$f(x) = 2\sqrt{x} - x$$

- 1) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} sur l'intervalle J que l'on déterminera .
- 2) Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout x dans J .

Exercice9 :

Simplifier les nombres suivants :

$$A = \sqrt[3]{\sqrt[3]{729}} ; B = \frac{\sqrt[3]{512}}{\sqrt[4]{64}} ; C = \frac{\sqrt{\sqrt{16}} \times \sqrt[3]{2}}{\sqrt[4]{2^3} \times \sqrt[12]{2}}$$

Exercice10 :

Calculer les limites suivantes :

- 1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt[3]{1+x}-1}$; 3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{3}}{\sqrt{x}-\sqrt{3}}$